Práctico 8

Cálculo 3 - año 2007

REPASO

1. Sean $U \subset \mathbb{R}^3$ abierto y F un campo en U. Se dice que F tiene un *potencial escalar* si $F = \nabla f$ con f una función diferenciable y que F tiene un *potencial vector* si $F = \nabla \times G$ con G un campo en U. Se dice que F es *irrotacional* si $\nabla \times F = 0$ y que es solenoidal si $\nabla \cdot F = 0$.

   a) Probar que si F tiene un potencial escalar entonces es irrotacional.

   b) Probar que si F tiene un potencial vector entonces es solenoidal.

   c) ¿Son ciertos los recíprocos? (sugerencia: ver ejercicios 3 del práctico 6 y 5 del práctico 7)

2. Mostrar que $F(x,y,z) = (-sen(x), ycos(x) - y^2, 2yz)$ es solenoidal y hallar un potencial vector con primera coordenada nula.

3. Calcular $\int_C F$ en cada caso:

   a) $F = (x^2 - 2xy, 2xy + y^2)$ y C es el arco de parábola de ecuación $y = x^2$ que va desde $(1,1)$ hasta $(2,4)$.

   b) $F = (x^2 - y^3, x^3 + y^2)$ y C el círculo unidad $x^2 + y^2 = 1$ recorrido en sentido antihorario.

   c) $F = (\frac{-y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2})$ y C la elipse $4x^2 + y^2 = 16$ recorrida en sentido antihorario.

   d) $F = (x,y)$ y C el hexágono regular con centro en el origen y con un vértice en $(1,0)$.

4. Hallar el valor absoluto de las siguientes integrales:

   a) $\int_C (6x^2y^2 - 3yz^2, 4x^3y - 3xz^2, -6xyz)$ donde C es la curva intersección de la superficie $z = x^2 + y^2$ con el plano $z = 2 + x + y$.

   b) $\int_C (z,x,y)$ donde C es la circunferencia intersección del plano $x + y + z = 0$ y la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

   c) $\int_S \nabla \times F$ con $F = (y, 2z, 3x)$ y S el hemisferio $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$.

   d) $\int_S \nabla \times F$ con $F = (y,z,x)$ y S es la porcin de cilindro $x^2 + y^2 = 1$ encerrada por los planos $z = x + 3$ y $z = 0$.

5. Hallar $\int_S F$

   a) $F = (2x, 3y, -4z)$ y S la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ con la normal apuntando hacia afuera.

   b) $F = (2x, x^2 - xz^2, x^2y - y^3)$ y S la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ con la normal apuntando hacia adentro.

   c) $F = (x^2 + ye^z, y^2 + ze^x, z^2 + xe^y)$ y S es la parte del cilindro $x^2 + y^2 = 1$ comprendida entre el plano $x = y$ y el plano $z = x + 1$ con la normal saliente.