

**Examen de Cálculo diferencial e integral II****Ejercicio 1.**

(a) Calcular el volumen del cuerpo en el espacio determinado por las inecuaciones

$$\begin{cases} z^2 \geq 3x^2 + 3y^2, \\ z^2 \leq 1 - 6x^2 - 6y^2. \end{cases}$$

(b) Calcular la integral doble de la función

$$f(x, y) = xy,$$

en el dominio

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2(x - 1)^2 + (y - 2)^2 \leq 1\}.$$

**Ejercicio 2.** Se considera la función  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  dada por

$$f(x, y, z) = x + y + z.$$

(a) Determinar los extremos absolutos de  $f$  en el dominio  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 2y^2 + z^2 \leq 1\}$

(b) Determinar los extremos absolutos de  $f$  en el conjunto de puntos que verifican las ecuaciones

$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 + z^2 = 1, \\ z = x + y. \end{cases}$$

**Ejercicio 3.**

(a) Sea  $X \subset \mathbb{R}^n$  compacto y sea  $\{U_i\}_{i \in I}$  un cubrimiento de  $X$  por abiertos de  $\mathbb{R}^n$ . Demostrar que  $\exists \delta > 0$  tal que si  $x, y \in X$  verifican  $\|x - y\| < \delta$  entonces  $\exists i \in I$  tal que  $x, y \in U_i$ .

(b) Demostrar, mediante un ejemplo, que la compacidad de  $X$  es necesaria.