

# SEMINARIOS DE MATEMÁTICA PARA ESTUDIANTES DE GRADO

## DESCRIPCIÓN DE LAS UNIDADES CURRICULARES

### 1. NOMBRE Y DESCRIPCIÓN DE LA UNIDAD CURRICULAR

El *Seminario Problema de Fekete* es una actividad tipo seminario en donde se pretende un acercamiento a las actividades de investigación y comunicación de un trabajo científico de matemática para estudiantes de grado.

### 2. LICENCIATURAS EN LAS QUE SE ENMARCA LA UNIDAD CURRICULAR

Licenciatura en Matemática, Licenciatura en Física.

### 3. FRECUENCIA Y SEMESTRE DE LA FORMACIÓN A LA QUE PERTENECE

Una sesión semanal de 1:30 hs de duración, durante el segundo semestre de 2021. Para poder inscribirse al seminario, el estudiante deberá tener validado al menos 90 créditos de la carrera.

### 4. CRÉDITOS ASIGNADOS

5 créditos.

### 5. UBICACIÓN DENTRO DEL PLAN DE ESTUDIOS

Es una actividad de tipo seminario, área A (matemática).

### 6. NOMBRE DEL/LA DOCENTE RESPONSABLE

Diego Armentano, Marcelo Fiori, Nicolás Frevenza.

### 7. CORREO ELECTRÓNICO

diego@cmat.edu.uy; mfiori@fing.edu.uy; nfrevenza@gmail.com

### 8. REQUISITOS PREVIOS

Para poder inscribirse al seminario, el estudiante deberá tener validado al menos 90 créditos de la carrera. Los conocimientos previos recomendados son Análisis Real y Complejo, Geometría Diferencial, Probabilidad

---

*Date:* 19 de febrero de 2021.

9. EJEMPLOS DE UNIDADES CURRICULARES DE FACULTAD DE CIENCIAS U OTROS QUE APORTAN DICHS CONOCIMIENTOS

No corresponde, ya que los requisitos son generales.

10. CONOCIMIENTOS ADICIONALES SUGERIDOS

No tiene.

11. OBJETIVOS DE LA UNIDAD CURRICULAR

(a) *Herramientas, conceptos y habilidades que se pretenden desarrollar*

El objetivo del seminario es aproximar al estudiante a la investigación en matemática, integrándolo en la creación y desarrollo de un abordaje científico concreto, vinculado a amplios aspectos de la actividad de investigación en matemática. Se pretende además que el estudiante adquiera experiencia en la transmisión de conocimientos adquiridos a un público de pares, en un ámbito de discusión académica.

(b) *En el marco del plan de estudios.*

El seminario constituye, junto con la actividad “Trabajo monográfico”, parte de la currícula en la Licenciatura en Matemática destinada a la aproximación al trabajo de investigación y difusión de los conocimientos.

12. TEMARIO SINTÉTICO DE LA UNIDAD CURRICULAR

De forma general, el problema a estudiar es: *¿Cómo distribuir  $n$  puntos en una esfera que minimicen un potencial dado?*

Usualmente ‘*Cómo*’ significa ‘encontrar un algoritmo óptimo (y su orden)’ y ‘*que minimicen*’ usualmente significa ‘cuyo potencial diste del mínimo en un error  $\epsilon(n)$  preestablecido’. Una problema posterior, o tal vez simultáneo, es describir el patrón geométrico de la distribución de los puntos como función de  $\epsilon(n)$  (cuánto más pequeño es  $\epsilon$ , más preciso es el patrón).

El problema general posee una gran variedad de aplicaciones, incluyendo, *posición satelital, mapeos terrestres, cristalografía, geometría computacional, teoría de la complejidad y interpolación de funciones*. Requiere de una variedad de técnicas en *probabilidad, análisis armónico o análisis numérico*.

Proponemos prestarle especial atención al problema 7 de Smale, que corresponde al potencial logarítmico,

$$V = - \sum_{i \neq j} \ln |x_i - x_j|.$$

Este problema está motivado por los trabajos realizados por Shub-Smale sobre el estudio de la complejidad del teorema de Bézout.

## 13. TEMARIO DESARROLLADO

En la primer parte se trabajará con el artículo [BG] dando una introducción al problema de Fekete, y motivandolo con otros problemas similares de optimización. Luego continuaremos con el artículo [BCCdR] donde se utiliza como herramienta –para atacar este problema– a las funciones de Green para el Laplaciano en variedades. También estudiaremos el artículo [RSZ] donde se estima la energía de configuraciones mínimas. Si disponemos de tiempo, intentaremos estudiar algún artículo con un enfoque más probabilista-computacional al tema. Por el momento hemos elegido el artículo [BCMT].

## 14. BIBLIOGRAFÍA

(a) *Básica*

[BCCdR] Carlos Beltrán, Nuria Corral, and Juan G. Criado del Rey, *Discrete and continuous Green energy on compact manifolds*, *J. Approx. Theory* **237** (2019), 160–185.

[BCMT] Mireille Bossy, Nicolas Champagnat, Sylvain Maire, and Denis Talay, *Probabilistic interpretation and random walk on spheres algorithms for the Poisson-Boltzmann equation in molecular dynamics*, *M2AN Math. Model. Numer. Anal.* **44** (2010), no. 5, 997–1048.

[BG] Johann S. Brauchart and Peter J. Grabner, *Distributing many points on spheres: minimal energy and designs*, *J. Complexity* **31** (2015), no. 3, 293–326.

[RSZ] E. A. Rakhmanov, E. B. Saff, and Y. M. Zhou, *Minimal discrete energy on the sphere*, *Math. Res. Lett.* **1** (1994), no. 6, 647–662.

## 15. MODALIDAD DE LA ACTIVIDAD

Se espera que sea presencial, pero se puede adaptar en función de los requerimientos de los participantes y de las definiciones que tome la Universidad.

## 16. METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA

Presentación por parte de los participantes de conferencias abordando parte de la temática. Los estudiantes deberán realizar al menos 2 exposiciones a lo largo del seminario.

## 17. DURACIÓN EN SEMANAS

La actividad abarcará todo el semestre, por lo que se espera una duración de aproximadamente 15 semanas.

## 18. CARGA HORARIA TOTAL

Las actividades tendrán una carga horaria total de trabajo por parte de los estudiantes de 75 horas, correspondientes a 5 créditos.

## 19. CARGA HORARIA DETALLADA

Se harán aproximadamente 30 horas de conferencias, el resto de la carga horaria está destinada al trabajo individual del estudiante.

## 20. SISTEMA DE APROBACIÓN

El seminario se aprueba con nota APROBADO/NO APROBADO; para aprobar el seminario, el estudiante deberá realizar al menos 2 exposiciones. Se espera que el estudiante participe activamente en las sesiones del seminario; el docente responsable en acuerdo con los docentes participantes del seminario establecerá la suficiencia o no del trabajo realizado por el estudiante.

## 21. COMENTARIOS O ACLARACIONES

1. El cronograma específico del seminario varía en función del desarrollo del seminario.
2. El seminario podrá cancelarse si no hay al menos 5 inscriptos.