

Propuesta de curso.

MÉTODOS PROBABILÍSTICOS EN EL ESTUDIO DE ASINTOTICA DE CANTIDADES COMBINATORIAS.

Docente: Stella Brasesco (IVIC).

Se trata de un curso de probabilidades aplicadas a la combinatoria. La combinatoria y el estudio de problemas discretos tiene un interés creciente con el aumento de la automatización e informatización de procesos, digitalización, tratamiento de información y otras áreas. Los métodos probabilísticos en combinatoria son potentes y dan una alternativa a los métodos analíticos tradicionales.

Temario y cronograma:

Semana I:

Preliminares: Comportamiento asintótico de cantidades combinatorias y Teorema Central del Límite. Diversas cantidades combinatorias tienen una función generatriz en forma de productoria, con radio de convergencia $R > 0$. A esta se puede asociar de forma natural una familia de variables aleatorias independientes indexadas en $t \in (0, R)$, que convenientemente normalizadas satisfacen un Teorema Central del Límite cuando $t \rightarrow R$. Esto permite establecer el comportamiento asintótico de aquellas cantidades. Mas aún, de una expansión en cumulantes de la función característica se puede obtener una expansión asintótica para ellas.

Se presenta el método descrito, y como ilustración de este se obtiene la formula de Stirling para el factorial de un número natural, y la serie de correcciones en potencias inversas de n .

Semana II:

Se continúa la discusión del método presentado en la sesión anterior, y se introducen algunos ejemplos adicionales. En particular, se considera la cantidad $p(n)$, el número de particiones de un natural n . Mediante el procedimiento anterior, se obtiene la fórmula

asintótica de Hardy y Ramanujan, que establece el comportamiento de $p(n)$ cuando n tiende a infinito.

Semana III:

A partir de un detallado análisis de los cumulantes de las variables resultantes, se obtiene una serie asintótica para $p(n)$. Se muestran algunas aproximaciones que resultan de cálculos a partir de la serie truncada.

Semana IV:

Se presentan algunos modelos probabilísticos para particiones, y se discuten resultados relacionados en el estudio de particiones aleatorias, para los cuales resulta útil el enfoque anterior. Estos problemas aparecen en áreas diversas como algebra y dinámica de interfaces en sistemas aleatorios, y se relacionan con el estudio de propiedades de tableros de Young. Es un tema de investigación activo desde diferentes puntos de vista.

Bibliografía:

1. Báez-Duarte, L.: Hardy Ramanujan's asymptotic formula for partitions and the Central Limit Theorem. *Adv. Math.* 125, 114–120 (1997)
2. Bender, E.A.: Central and local limit theorems applied to asymptotic enumeration. *J. Combin. Theory Ser. A* 15, 91–111 (1973)
3. Comtet, L.: *Advanced Combinatorics : The Art of Finite and Infinite Expansions.* U.S.A. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht (1974)
4. Brassesco, S., Méndez, M.A. The asymptotic expansion for $n!$ and the Lagrange inversion formula. *Ramanujan J* 24, 219–234 (2011).
5. Brassesco, S., Meyroneinc, A. An expansion for the number of partitions of an integer. *Ramanujan J* 51, 563–592 (2020).
6. Funaki T. (2016) Dynamic Young Diagrams. In: *Lectures on Random Interfaces.* SpringerBriefs in Probability and Mathematical Statistics.

7. Pittel,B., On a Likely Shape of the Random Ferrers Diagram. *Adv. Appl. Math.* 18, 4 (1997), 432–488.
8. A.Dembo, A.Vershik, O.Zeitouni, Large Deviations for Integer Partitions ,*Markov Processes and Related Fields* (2000,) v.6, Issue 2, 147-179
9. A.M. Vershik (1996) Statistical mechanics of combinatorial partitions, and their limit shapes. *Functional Analysis and Its Applications*,