

Tesis de Maestría en Matemática

Un lema de Morse para espacios simétricos de tipo no compacto

Joaquín Lejtregger Chebi

Orientador Dr. Juan Alonso Simón

Los espacios simétricos son variedades Riemannianas donde las simetrías centrales respecto de cada punto son isometrías globales. Estos espacios cumplen que su grupo de isometrías es un grupo de Lie de dimensión positiva. Si dicho grupo es semisimple y la variedad tiene curvatura seccional no positiva entonces decimos que el espacio es de tipo no compacto. Además, estas variedades admiten una compactificación cuyo borde cuenta con propiedades similares a las del borde visual en espacios de curvatura negativa. A este objeto se lo conoce como *el borde de Furstenberg*.

El objetivo de este trabajo es entender cómo se puede estudiar la geometría de un espacio simétrico de tipo no compacto mediante su grupo de isometrías. Nos centramos en el ejemplo de la variedad cuyo grupo de isometrías es $SL_d(\mathbb{R})$ y luego vemos cómo esto se generaliza a otros contextos. Damos cuenta de algunos resultados de grupos y álgebras de Lie semisimples que nos permiten obtener conclusiones de estos espacios. Presentamos un lema de Morse demostrado por Kapovich-Leeb-Porti siguiendo la demostración de Bochi-Potrie-Sambarino, que generaliza un resultado clásico de la geometría hiperbólica. Por medio del estudio de este resultado buscamos entender cómo el borde de Furstenberg nos ayuda a estudiar la geometría de estos espacios.