

COLOQUIO DEL IESTA

13 de mayo del 2026

Universidad De La Republica

Montevideo, Uruguay.

“Fractional Bubble tower” radial solutions in the slightly supercritical Brezis-Nirenberg problem

Abraham Mateo Macancela Bojorque

Departamento de Matemática

Universidad Técnica Federico Santa María

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Universidad de Valparaíso

Resumen

Considere el problema

$$\begin{cases} -\Delta u = u^{p^*+\varepsilon} + \lambda_\varepsilon u & \text{en } B_1, \\ u > 0 & \text{en } B_1, \\ u = 0 & \text{sobre } \partial B_1, \end{cases}$$

donde B_1 denota la bola unitaria en \mathbb{R}^N , con $N \geq 4$, y $\varepsilon > 0$ es un parámetro pequeño. En un célebre artículo, Brezis y Nirenberg [2] establecieron que este problema, para $\varepsilon = 0$, en un dominio suave y acotado general, admite solución para $0 < \lambda < \lambda_1$, donde λ_1 es el primer valor propio de $-\Delta$ bajo condiciones de frontera de Dirichlet. Este resultado es óptimo, ya que al integrar la ecuación contra una primera autofunción del Laplaciano se obtiene que $\lambda < \lambda_1$. Por otro lado, la identidad de Pohozaev [3] proporciona no existencia de soluciones para $\lambda \leq 0$, para todo $\varepsilon \geq 0$, en dominios estrellados.

Referencias

- [1] Del Pino, M., Dolbeault, J. & Musso, M. “Bubble-tower” radial solutions in the slightly supercritical Brezis–Nirenberg problem. *Journal Of Differential Equations*. **193**, 280-306 (2003)
- [2] Brézis, H. & Nirenberg, L. Positive solutions of nonlinear elliptic equations involving critical Sobolev exponents. *Communications On Pure And Applied Mathematics*. **36**, 437-477 (1983)
- [3] S. I. Pokhozhaev, “Eigenfunctions of the equation $\Delta u + \lambda f(u) = 0$,” *Doklady Akademii Nauk SSSR*, vol. 165, 1965, pp. 36–39.

Soluciones Viscosas de Problemas Elípticos

Bryan Steve Pichucho

Doctorado en Matemática en consorcio PUCV-UTFSM-UV

Coloquio del IESTA

7 de mayo de 2026

Resumen

En esta charla se presenta la teoría de *soluciones viscosas* para ecuaciones elípticas de primer orden de la forma

$$F(x, u(x), u'(x)) = 0, \quad x \in \Omega \subset \mathbb{R},$$

donde $F : \Omega \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es continua. Se comienza con la motivación histórica: la ecuación de Hamilton–Jacobi, los ajustes de Jacobi, y el método de la *viscosidad que se desvanece* de Evans, que conduce naturalmente a la definición rigurosa dada por Crandall y Lions en 1983. Se discuten las propiedades que toda buena noción de solución débil debe satisfacer —consistencia, estabilidad, unicidad, existencia y regularidad— y se verifica que la noción viscosa las cumple. En particular, se prueba que toda solución clásica es viscosa, y que toda solución viscosa con regularidad C^1 es clásica. El resultado central de unicidad se obtiene como consecuencia del *Principio de Comparación*, cuya demostración emplea la técnica de duplicamiento de variables. Se ilustra la teoría con ejemplos concretos, destacando el papel de la no diferenciabilidad como obstáculo para la existencia clásica y como punto de partida natural para la noción viscosa.