

# ÁLGEBRA LINEAL I

## PROGRAMA

### 1. OBJETIVOS DEL CURSO

Desde el punto de vista del contenido, este curso presenta las nociones básicas del álgebra lineal: espacios vectoriales, transformaciones lineales, dimensión, matriz asociada a una transformación lineal, determinante de una transformación lineal, dualidad, espacio cociente.

A modo de introducción se presenta la geometría (analítica) de las rectas y planos del espacio euclídeo, como punto de partida para el desarrollo de la teoría y fuente de ejemplos para las definiciones presentadas a lo largo del curso.

Durante la presentación de los diferentes temas, se hará énfasis en los procesos de generalización y abstracción de las propiedades observadas en los ejemplos, y en la aplicación de resultados generales a problemas particulares. Se presentarán cuando corresponda ideas básicas para el uso de algoritmos para el cálculo.

### 2. CRONOGRAMA APROXIMADO

- *Sistemas de ecuaciones lineales* (repaso, 1 clase)
- *Conjuntos, funciones, Relación de equivalencia* (2 clases)
- *Geometría del plano*. Puntos y vectores del plano. Ecuaciones paramétrica y cartesiana de la recta. Producto escalar, ángulo entre vectores, ángulo entre rectas. La ecuación cartesiana de la recta y su relación con la normal. Distancia del punto a la recta. (2 clases)
- *Geometría del espacio*. Puntos y vectores del espacio. Ecuación paramétrica de la recta en el espacio. Producto escalar en el espacio. Ecuación cartesiana del plano en el espacio. Ecuación cartesiana de la recta en el espacio. Una primera aproximación a haces de planos por una recta. Ecuación cartesiana paramétrica del plano en el espacio. Producto vectorial. Vectores colineales. Ecuaciones del plano. Rectas y planos por el origen. Distancia del punto al plano. (5 clases)
- *Espacios vectoriales*: definición y ejemplos. Subespacio vectorial. Ejemplos. Subespacios de  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^3$  y su relación con la geometría del euclídeo. Las matrices como espacio vectorial. Intersección de subespacios. Subespacio generado. Subespacio suma. (6 clases)

- *Transformaciones lineales:* definición, ejemplos. Transformaciones lineales de  $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ . Núcleo de una transformación lineal. Transformaciones lineales y subespacios. La inversa de una transformación lineal es lineal. Isomorfismos. Transformaciones lineales y sistemas de ecuaciones. Ejemplos  $\text{Hom}_{\mathbb{k}}(V, W)$  es un espacio vectorial. Suma directa, subespacios linealmente disjuntos. Ejemplos. Proyecciones. (3 clases)
- *Bases, dimensión.* Bases de un espacio vectorial. Generadores y bases de un espacio vectorial. Presentación a través de los ejemplos del plano y el espacio. Subespacios de  $\mathbb{R}^3$ . Conjunto generador de un espacio. Independencia lineal. Todo conjunto que contiene a un generador es generador y si lo contiene estrictamente es ld. Todo conjunto contenido en un li es li y si está contenido estrictamente no es generador. Teorema de caracterización de bases. Ejemplos. Todo generador finito contiene una base. Dimensión de un espacio vectorial como cardinal de una base. Dimensión, generación e independencia lineal. Dimensión de un subespacio, dimensión de la suma. (5 clases)
- *Número complejo:* definición, cálculos básicos, notación polar. (2 clases)
- *Transformaciones lineales,* construcción mediante generadores y bases. Transformaciones lineales, generación y dependencia lineal. Dos espacios vectoriales isomorfos tienen la misma dimensión. Suma directa externa. Dimensión de  $\text{Hom}(V, W)$ . (3 clases)
- *Dualidad:* espacio dual a un espacio vectorial. Base dual. Teoremas de isomorfismo. (2 clases)
- *Matriz asociada* Transformaciones lineales de  $\mathbb{k}^n$  en  $\mathbb{k}^m$ . Matriz asociada a una transformación lineal. Ejemplos. Las matrices como álgebra (suma y producto de matrices). Matriz asociada de la suma y composición de transformaciones lineales. Dimensión de  $\text{Hom}(V, W)$  revisitada. Cambio de base. Ejemplos. Rango de una matriz: rango por filas=rango por columnas. (4 clases)
- *Espacio cociente.* Definición y ejemplos. Subespacios del cociente. Propiedad universal del cociente. (2 clases)
- *Determinantes.* Propiedades que caracterizan al determinante: función alternada y multilineal en columnas que vale 1 en la matriz identidad. Construcción del determinante. Permutaciones de  $n$  elementos y signo de una permutación (sin pruebas). Fórmula(s) del determinante. Determinante de una transformación lineal. Determinante del producto de matrices. Matrices inversas y determinantes. Cálculo del determinante: determinante de la matriz traspuesta,. Desarrollo por filas y columnas. Fórmula de la inversa. (4 clases)
- *Dualidad:* doble dual, anuladores. (2 clases)

### 3. BIBLIOGRAFÍA

El curso de basará en notas desarrolladas por A. Rittatore *et al*, de acceso libre.

### 4. APROBACIÓN DE CURSO Y EXAMEN

El *examen* tendrá una parte escrita y otra parte oral, ambas de caracter globalizador.

Para aprobar el *curso* (y obtener así el derecho a dar el examen, se deberán obtener 40 puntos sobre 100 en la suma de 3 parciales (de 25, 30 y 45 puntos), y al menos 5 puntos en cada uno de ellos. Además, de cada práctico se seleccionará un ejercicio a ser resuelto y entregado; los estudiantes deberán presentar al menos la mitad de los ejercicios solicitados.

Quien obtenga 35 puntos o más en la suma de los dos primeros parciales, tendrá derecho a dar un parcial de exoneración de la parte práctica en lugar del tercer parcial. La exoneración se logra obteniendo al menos la mitad de los puntos en dicho parcial (la nota de exoneración se calcula en función del resultado de los 3 parciales).