

Práctico 3

1. Hallar los extremos absolutos de f en los intervalos que se indican: $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 6$ en $[0, 3]$, $f(x) = e^{x^2-1}$ en $[-1, 3]$,
$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & x \in [0, 1] \\ -x^2 + 4x - 2 & x \in (1, 2] \end{cases}$$
2. Un productor sabe que la ganancia total $g(x)$ de su producción en términos de x es $g(x) = 3000x - 3x^2$ donde x representa la cantidad de hectáreas plantadas. Suponiendo que dicho productor es poseedor de 1000 hectáreas averiguar qué número de ellas deben ser plantadas para maximizar la ganancia.
3. En la siguiente fórmula $k(t)$ indica el número de individuos de cierta población en el tiempo t — a y k_0 son constantes que dependen del ambiente—:
$$k(t) = \begin{cases} k_0(at + 1)e^t & t \in [0, 1] \\ k_0(-t^2 + 5t - 1)e^t & t > 1 \end{cases}$$
 Hallar a para que la función k sea continua e interpretar k_0 en términos poblacionales. Estudiar el comportamiento de la población luego del paso de mucho tiempo. Hallar en función de k_0 el número máximo de individuos que dicho ambiente puede sustentar. (Notar que en ciertos intervalos $k(t)$ puede tomar valores negativos y en esos intervalos el modelo carece de sentido).
4. Entre todos los rectángulos de perímetro p encontrar el de área máxima.
5. Un cierto parásito es usado para controlar una población. Supongamos que si hay N parásitos entonces la población es de $P = 160000 - N^2$ individuos. Supongamos además que los parásitos solo pueden vivir entre temperaturas en el intervalo de 50 y 90 grados Fahrenheit y que $N = (T - 50)(90 - T)$ donde T es la temperatura. Averiguar si la población crece o decrece a los 60, 70 y 80 grados respectivamente. Averiguar los números máximo y mínimo que puede tener la población.
6. Hallar la ecuación de la recta que pasando por el punto $(3, 4)$ determina en el primer cuadrante con los ejes coordenados un triángulo de área mínima.
7. Sea $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua. Decimos que $F : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ es una primitiva de f si en todos los puntos del intervalo (a, b) vale que $F' = f$ —el intervalo considerado puede ser infinito—.

- (a) Calcular primitivas de: $f(x) = x^s$ con $s \in \mathbb{R}$, $f(x) = e^x$, $f(x) = \operatorname{sen} x$, $f(x) = \cos x$, $f(x) = \operatorname{ch}(x)$, $f(x) = \operatorname{sh}(x)$.
- (b) Probar que si F es una primitiva de f y k es una constante cualquiera entonces $F + k$ es también una primitiva de f y que si F_1 y F_2 son primitivas de f entonces $F_1 - F_2$ es constante.
- (c) Probar que si F y G son primitivas de f y g respectivamente, entonces $aF + bG$ es una primitiva de $af + bg$ - a y b son constantes-.
- (d) Probar que si F es una primitiva de f entonces la función $x \rightarrow F(x+a)$ es una primitiva de $x \rightarrow f(x+a)$, y que la función $x \rightarrow F(kx)/k$ es una primitiva de $x \rightarrow f(kx)$ donde k es una constante no nula y a una constante cualquiera.
- (e) calcular primitivas de las funciones definidas por las fórmulas : $3x^2 - 6x + 8$, $1/\sqrt{x}$, $\frac{x^2-3x+1}{x\sqrt{x}}$, $1/x + 1/x^2 + (e^x - 1)^2$, $\operatorname{ch}(7x - 1)$.