STRUCTURE DES QUASI-ATTRACTEURS ET EXISTENCE DES ATTRACTEURS POUR LES DYNAMIQUES C^1-GÉNÉRIQUES

RAFAEL POTRIE

ABSTRACT. L´idée de l´exposé c´est de vous présenter quelques résultats sur l´existence des attracteurs et la structure des quasi-attracteurs. Je vais essayer de vous presenter quelques idées clés qui sont utilisés dans cette théorie et montrer comment sont utilises dans les resultats que je vais presenter.

1. CONTEXTE

Soit M un variété differentiable et $\text{Diff}^r(M)$ l'espace des difféomorphismes de classe C^r de M muni de la topologie C^r.

Le but de la *dynamique générique* est de "comprendre" la dynamique d'une "grande partie" de $\text{Diff}^r(M)$ par rapport à son topologie. Étant un espace de Baire, les ensembles residueles (G_δ-dense) ont une importance particulier dans cette étude.

Cette texte n'a pas comme but de être un survey des resultats et les resultats qu'on va presenter sont un selection subjectif qui nous permetrá arriver aux resultats que je veux presenter. Pour un survey récent sur le sujet, il faut lire [C]. On va a discuter quelques problems aussi, mais pour obtenir une vision plus globale du sujet, il est recomendable de voir aussi [C] et [B]. Les références donnés ici ne sont pas exhaustifs, en general, je vais citer les derniers résultats sur le sujet et les resultats qui les précéndent peuvent être trouvés dans les références que j'ai déjà inclus ici.

On va a utiliser la phrase "f est une diffeomorphisme C^r-générique" (qui est un peu vague) pour dire qu'il existe un ensemble residuelle $\mathcal{R} \subset \text{Diff}^r$ telle que f appartient a $\mathcal{R}$. Pour simplifier l'exposition, je vais me concentrer surtout dans la dynamique C^1-générique qui est oú on a une compréhension plus forte (et parfois, je ne vais pas mentioner les resultats qui sont valables en topologie C^r).

Bien sûr que les notions de "comprendre" et de "grande partie" ne sont elles pas bien définis. Dans cette texte nous allons utiliser le terme "grand partie" pour un sous-ensemble résiduele. Il n'est pas claire que cette notion de "grande partie" est le meilleur, par contre, son étude a

Date: 21 juin 2010.
Notes pour un expose dans le Groupe de Travail de Theorie Ergodique d'Orsay.

conduit à des résultats et comprehension dans d'autres notions (ensembles prevalents, ouvert et denses, même dans des autres topologies, etc).

Definir "comprendre" la dynamique est encore plus difficile. Nous serons contents si on peut decomposer la dynamique en pieces basiques et etudier la dynamique de ces pieces. Un outil important pour les deux objectifs est de comprendre la structure des pièces basiques, particulièrment, de comprendre la dynamique de l'application tangente.

1.1. **Décomposition de la dynamique.** Rappelle nous qu'un point x est *récurrent par chaînes* si pour tout $\varepsilon > 0$ il existe un $\varepsilon-$pseudo-orbite $x = x_0, \dots, x_n = x$ (i.e. $d(x_{i+1}, f(x_i)) < \varepsilon$) avec $n \geq 1$. On peut définir dans $CR(f)$ (l'ensemble récurrent par chaînes) un relation d'equivalence donée par le fait qu'on a, $\forall \varepsilon > 0$, des ε-pseudo-orbites d'un point a l'autre et reciproquement, ca nous done les *classes de récurrence par chaînes*.

L'advantage d'etudier les classes de récurrence par chaînes est que nous avons une bonne connaissance de comment elles sont liées entre eux (le Théorème de Conley, voir [R] chapitre 10). Par contre, nous n'avons pas une bonne comprehension de la dynamique à son interieur.

Pendant beaucoup de temps, les pieces basiques qu'on a etudie etaient les *classes homoclines* (i.e. $H(p) = \overline{W^s(p) \pitchfork W^u(p)}$) parce qu'on connait mieux son dynamique. En particulier, elles sont des ensembles transitifs, et elles ont des bonnes propiétés de specification par raport à ses points périodiques.

Pour les dynamiques C^1-génériques le resultat suivant qui est une pierre angulaire[1] du sujet nous a permit de reunir les deux approches:

Théorème 1.1 (Bonatti-Crovisier [BC]). *Pour un diffeomorphisme C^1-générique f, on a que $CR(f) = \overline{Per(f)}$. En plus, si une classe de récurrence par chaînes R contient un point périodique p, alors $R = H(p)$ la classe homocline de p.*

Une consequence important de leur travail est liée a les *quasi-attracteurs*. On dit qu'un classe de récurrence par chaînes Λ est un quasi-attracteur s'il existe des voisinages U_n vérifiant $f(\overline{U_n}) \subset int(U_n)$ et telle que $\Lambda = \bigcap_n \overline{U_n}$.

Théorème 1.2 (Bonatti-Crovisier [BC]). *Pour un diffeomorphisme C^1-générique f, il existe un ensemble $A \subset M$ résiduelle telle que pour tout point $x \in A$, son ω-limite est contenue dans un quasi-attracteur.*

On dit qu'un quasi-attracteur Λ est un *attracteur* si $\Lambda = \bigcap_{n \geq 0} f^n(U_k)$ pour un certain k. La definition est equivalent a dire que le quasi-attracteur est isolé dans $CR(f)$.

[1]Je ne vais pas discuter sur les techniques et idées impliquées dans cette resultat. Il est un théorème très dificil, comme tous les théorèmes de perturbation d'orbites (par example, le closing lemma). Las preuves sont maintenant mieux compris, voir specialement [C] pour trouver une vision plus moderne avec des preuves (ou esquisses de preuves) plus simples.

1.2. **Structure de la dynamique.** Un ensemble compact invariant $\Lambda \subset M$ est dit *hyperbolique* s'il admet une décomposition $T_\Lambda M = E^s \oplus E^u$ qui est $Df-$invariant telle que les vecteurs dans E^s sont uniformement contractés par Df autant que les vecteurs dans E^u sont uniformement dilatés par Df.

Cette notion est très forte si on attend à décrire la plupart des diffeomorphismes. En general, on considere une notion plus faible, apellée *décomposition dominée* qui est un bonne instrument pour empecher quelques phenomenes patologiques, ou, au moins, qui permet reduire l'étude de la dynamique dans M à des dynamiques en dimension plus bas (voir en particulier [C2]).

On dit qu'un ensemble Λ invariant admet une *décomposition dominée* s'il admet une décomposition $T_\Lambda M = E \oplus F$ qui est Df-invariant dont les vecteurs dans F sont uniformement plus dilatés qui ceux apartenant a E. Plus specifiquement, on a qu'il existe $N > 0$ telle que

$$\|Df^N|_E\| < \frac{1}{2} m(Df^N|_F) \qquad \text{oú} \quad m(A) = \|A^{-1}\|^{-1}$$

Pour voir le type de résultat qu'on obtient en utilisant cette notion:

Théorème 1.3 (Bonatti-Diaz-Pujals [BDP]). *Soit $H(p)$ une classe homocline d'un diffeomorphisme C^1-générique f. Alors, on a la dichotomie suivante:*

- *Ou bien $H(p)$ admet une décmoposition dominée.*
- *Ou bien $H(p) \subset \overline{P \cup S}$ ou P est l'ensemble des puits de f et S est l'ensemble des sources.*

Il faut remarquer que les options dans cette dichotomie ne sont pas disjoints.

2. Quelques resultats partielles

2.1. **Structure des quasi-attracteurs.** Si on se posse la question de si est possible avoir un infinite des classes de récurrence, il est une bone idée de utiliser le résultat de Bonatti-Diaz-Pujals qu'on a presenté dans la section precedante. En fait, Bonatti et Diaz ont construit des examples de dynamiques C^1-génériques ayant une infinite des classes ([BD]) et même, ils ont montré que dans certes examples, il y a un nombre non denombrable de classes de récurrence.

Dans ses exemples, il y a des classes qui sont apériodiques et même, des quasi-attracteurs qui n'ont pas une décomposition dominée. On peut se poser la question de si les quasi-attracteurs qui sont des classes homoclines admet ils une décomposition dominée.

J'ai obtenu une reponse partiel a cette question:

Théorème 2.1 ([P1]). *Soit $\Lambda = H(p)$ un quasi-attracteur d'un diffeomorphisme C^1-générique f. Alors, on a la dichotomie suivante:*

- *Ou bien Λ admet une décomposition dominée.*
- *Ou bien $\forall q \in H(p)$ périodique, on a que $det(D_q f^{\pi(q)}) > 1 + \varepsilon$.*

Ici aussi le théoreme ne dit pas que les options sont disjoint. Par contre, on conait pas de examples de quasi-attracteurs sans décomposition dominée. Il faut remarquer que si Λ est un example qui verifie la deuxieme option mais ne satisfie la premier, alors il doit etre accumule par des puits.

Comme en dimension 2 on a un bonne compréhension de la décomposition dominée ([PS]) on obtient le corolaire suivante:

Corolaire 2.1. *Soit $\Lambda = H(p)$ un quasi-attracteur d'un diffeomorphisme C^1-générique f d'un surface M^2. Alors, on a la dichotomie suivante:*

- *Ou bien Λ est un attracteur hyperbolique.*
- *Ou bien $\forall q \in H(p)$ périodique, on a que $det(D_q f^{\pi(q)}) > 1 + \varepsilon$.*

2.2. **Existence des attracteurs.** La question que j'amerais discuter est sur l'existence des attracteurs pour les dynamiques C^1-génériques.

En dimensión 2, Araujo a montré ([A]) qu'il y a des attracteurs hyperboliques toujours pour les diffeomorphismes C^1-génériques. Cette question a resté ouvert pendant long temps (voir [BLY] et [Mil]). Finalement, dans un article récént, Bonatti-Li et Yang ont montré qu'il y a des ouverts de diffeomorphismes avec la propriete que les dynamiques génériques là n'ont pas des attracteurs.

J'ai construit des examples similaires à ceux qui ont construit Bonatti-Li-Yang, mais dans mon cadre, j'ai reussi à faire une étude plus complet de la dynamique de ces quasi-attracteurs qui apparaisent.

Théorème 2.2 ([P2]). *Il existe $\mathcal{U}$ ouvert dans $\mathrm{Diff}^r(\mathbb{T}^3)$ telle que pour tout $f \in \mathcal{U}$ il existe q'un seul quasi-attracteur Λ pour f qui a un ensemble de measure total dans son basin topologique. Pour tout classe de recurrence $R \neq \Lambda$ de f, on a que R est contenu dans un disque périodique de dimension 2. Pour $f \in \mathcal{U}$ qui est C^r-générique, on a que f n'a pas des attracteurs.*

La nouveauté est le fait que les classes de récurrence differents de Λ sont contenues dans des disques périodiques. Ca permet de dire que le basin de Λ a une measure total. Aussi, les examples sont dans les hypotheses de [BV] et de [BF] et ca nous permet etudier l'existence de measures SRB pour Λ si f est C^2 et l'existence des measures d'entropie maximal.

Finalement, j'amerais faire une remarque à propos de cette example et la question sur le nombre de classes de récurrence par chaînes. Il est possible que cette example nous donne un example avec un nombre infini mais denombrable des classes de récurrence par chaînes. En fait, si la Conjecture de Smale (densite C^1 de hyperbolicite pour diffeos des surfaces) est vraie, alors notre example aurait, génériquement, un nombre denombrable des classes de récurrence par chaînes (il est aussi interesant de voir que pour un ensemble C^2-dense dans $\mathcal{U}$ il y a un nombre non denombrable des classes données par le phénomène de Newhouse).

3. Quelques idées

3.1. **Structure des quasi-attracteurs.** Je vais traiter cette théorem que dans la dimension 2 oú il est plus facile (techniquement, mais les idées sont déjà là).

Avant, j'amerais discuter un très jolie idée de Mañe qu'on peut metre dans l'enoncé suivante.

Lemma 3.1 (Mañe [M])**.** *Soit $H(p)$ une classe homocline d'un diffeomorphisme de surface f telle que $H(p)$ n'admet pas une décomposition dominée. Alors, pour tout $\mathcal{U}$ voisinage C^1 de f et pour tout U voisinage de $H(p)$ il existe $g \in \mathcal{U}$ ayant un puit ou un source dans U.*

Idée.Le fait que $H(p)$ n'admet une décomposition dominée, il implique que la même chose est vrai pour l'ensemble des points périodiques (étant facile d'étendre une décomposition dominée de un ensemble invariant à son fermeture). Comme les points périodiques d'une classe homocline ont des sous-espaces invariantes (il sont tous des points selles) on obtient que pour tout $n > 0$ on a un point périodique x_n telle que

$$\|Df^j|_{E^s(x_n)}\| \geq \frac{1}{2}\|Df^j|_{E^u(x_n)}\| \qquad \forall 1 \leq j \leq n$$

Noter que comme les sous-espaces ils sont de dimension 1, $\|Df|_{E^u}\| = m(Df|_{E^u})$. Cette propriete nous permet de faire des petits angles entre les sousespaces estable et instable par un petit perturbation du differential. Dans autre côté, les petits angles dans les sousespaces estables et instables nous permetent faire encore une autre petite perturbation pour obtenir des valeures propres compexes.

Une célèbre Lemme de Franks nous dit qu'on peut faire les perturbations qu'on a décrit de manière *dynamique*, ca veut dire, que si on trouve une petite pertrubation du cocycle de la derivé au dessus d'un point périodique, alors, on peut le realizer dans le diffeomorphisme par une petite C^1-perturbation (cette est une des plus importants raisons pour lesquele on utilise cette topologie [2]).

[2] L'autre raison est liée a le fête qu'on ne sais pas faire des perturbations comme [BC] en topologie C^r avec $r > 1$.

□

Théorème 3.1 (Mañe [M]). *Soit $H(p)$ une classe homocline isolée (elle a une voisinage disjoint des autres classes de récurrence par chaînes) pour un diffeomorphisme C^1-générique f d'un surface M^2. Alors, $H(p)$ admet un décomposition dominée.*

En fait, Mañe démontre dans cette cas, que $H(p)$ est hyperbolique, mais là il y a des autres arguments (aussi très jolies) qu'on ne va pas discuter ici (voir [C]).

Idée.La preuve consiste essentiellemente à faire un argument de généricite qui permettra utiliser le lemme précédent.

On considére $\{U_n\}_{n\in\mathbb{Z}}$ une base de la topologie de M et $\{V_n\}_{n\in\mathbb{Z}}$ l'ensemble des unions finies d'elements de $\{U_n\}$.

Soit $\mathcal{O}_n$ l'ensemble ouvert des diffeomorphismes telle que V_n intersect robustement en la topologie C^1 au moins deux classes de récurrence par chaînes et soit $\mathcal{A}_n = \mathcal{O}_n \cup \overline{\mathcal{O}_n}^c$ qui est, par definition, un ensemble ouvert et dense dans $\text{Diff}^1(M)$.

Soit $\mathcal{R} = \bigcap_n \mathcal{A}_n$ qui est un ensemble G_δ-dense.

Soit $f \in \mathcal{R}$ et $H(p)$ une classe homocline isolée de f. Alors, soit V_n telle que $H(p)$ est isolée dans V_n pour f. Comme $f \in \mathcal{R}$, on a que $f \in \overline{\mathcal{O}_n}^c$. Si $H(p)$ n'admet pas de decomposition dominée, on peut apliquer le dernier Lemme en utilisant $\mathcal{U} = \overline{\mathcal{O}_n}^c$ et $U = V_n$ et on arrive a une contradiction.

□

Bref, on peut dire que la "philosophie" ici (qui est l'idée derrière [BDP]) est que:

Non domination au sein d'un classe homocline permet bifurquer les points periodiques en puits ou sources.

Quelle est donc la difficulte dans notre cadre?: On ne sait pas si notre classe homocline est accumulée par des puits et de sources (en fait, dans l'example qu'on va raconter après, le quasi-attracteur est accumulé par une infinite des sources).

Pour traiter ces problèmes, nous allons profiter du fait que les quasi-attracteurs sont satures par des variétés instables et une nouvelle resultat perturbatif de Gourmelon ([G]) qui améliore le Lemme de Franks et permet de controler les variétés invariantes après la bifurcation.

On ne va pas se met dans les détails (le resultat est montre independement dans le cas de dimension 2 dans [P1]) parce qu'on veut ranconter un peu sur les examples sans attracteurs (qui vont utilizer les idées de cette section).

3.2. **Construction des exemples sans attracteurs.** L'idée de la construction de l'example que j'ai discuté avant est de faire un modification d'un diffeomorphisme d'Anosov lineare du tore $\mathbb{T}^3$. La construction resemble une construction fait par Carvalho [Car] (voir aussi [BV]).

Voici la construction:

On commence par choisir une diffeomorphisme d'Anosov lineaire A avec des valeures propres stables complexes et un valeur propre plus grande que 1. On peut aussi demander que ces valores propres ont de module loin de 1 (par example, les valeures propre stable a une module plus petit que 1/3 et le valeur propre instable est de module plus grande que 3).

On fixe 2 point fixes, qu'on appel q et r. On va faire des modifications dans des petits voisinage de q.

On peut faire des modifications de A dans petites boules disjoints de p et q de telle facon que le diffeomporhisme resultant f a les proprietes suivantes (la vrai construction est un peu plus restrictif):

- Le point q devient un selle d'indice stable 1 et l'inverse du valeur propre estable est plus petit que le valeur propre instable le plus petit.
- On garde une décomposition dominée $E^{cs} \oplus E^u$ très proche de la decomposition $E^s \oplus E^u$ du Anosov lineaire A.
- On ne modifie pas le diffeomorphisme hors d'un voisinage de q qui ne coupe pas une voisinage fixe de r.

On va discuter rápidement les étapes plus importantes de la preuve de que cet exemple n'a pas des attracteurs pour les dynamiques C^1-génériques d'un voisinage $\mathcal{U}$ de f n'ont pas des attracteurs.

3.2.1. *Unicité du quasi-attracteur.* L'argument est très facile et il est un consequence d'une idée due a Bonatti-Li-Yang qui a demontré être très util.

Soit Λ un quasi-attracteur pour $g \in \mathcal{U}$ (petit voisinage de f). Alors, il existe U_n voisinages de Λ telle que $g(U_n) \subset U_n$ et $\bigcap_{n>0} U_n = \Lambda$.

La condition de que $g(U_n) \subset U_n$ a comme consequence que les variétés instables de tout point dans U_n est contenue dans U_n. Comme le point r n'est pas modifié, il a un variété stable de taille macroscopique, et alors, on a que tout variete instable forte de longeur L coupe la variete stable de r.

Comme U_n est invariante pour les iteres futurs, on obtient que $r \in \Lambda$. Alors, on a que pour tout $g \in \mathcal{U}$, l'ensembre $H(r) \subset \overline{W^{uu}(r)} \subset \Lambda$. Comme les classes de récurrence par chaînes sont disjoints, on a montré qu'il y a qu'un seul quasi-attracteur (et qu'il contient la variete instable de r).

3.2.2. *Le point q appartient a Λ.* Pour montrer cette propiete, on utilise une jolie idée de [BV] et le fait que, étant C^0 proche de l'Anosov lineaire, on a que $\forall g \in \mathcal{U}$, le diffeomorphisme g est semiconjugue à A.

L'argument de [BV] nous dit le chose suivante: Consider, une disque plongée D telle que il est toujours tangent à (une cone contenant) E^{cs}. Si on itére le disque au passee, et pour certain iteré passée il contient un disque de rayon macroscopique donée, alors on conlude que D intersecte le variete instable forte de tout point (en particulier, il intersecte Λ).

Comme à l'extérieur des petites boules de p et q, le differentielle de g est uniformement contractant, on obtient que si un iteré passée de D a un diamètre suffisament grande, alors, en prenant plus des iterées passées on obtient le disque qu'on voulait.

Maintenant, prend un voisinage U de q quelconque, et D un disque centre stable tangent à une cone centre stable. On va montrer (utilisant l'argument là haut) qu'il existe une iterée passée de D qui contient un disque de rayon macroscopique (et en consequence, comme U est arbitraire, $q \in \overline{\Lambda} = \Lambda$).

On utilise la semi-conjugaison $h : \mathbb{T}^3 \to \mathbb{T}^3$ (qui est C^0-proche a l'identite) qui fait $A \circ h = h \circ g$ pour montrer

Lemma 3.2. *Soit C un ensemble connexe par arcs telle que $h(C)$ contient au moins 2 points. Alors, il existe $n \in \mathbb{Z}$ telle que $g^n(C)$ a une diamètre grand.*

Idée.La preuve est très simple. Il faut voir que en iterant par A un ensemble connexe qui n'est pas un point, le diamètre grandit exponentielement (soit pour le passée ou le future) jusqu'a arriver a une taille suffisament grande. Comme la semi-conjugaison h est près de l'identite, on conclude.

$\square$

Finalement, en utilisant l'argument de [BV], on conlut que q appartient a Λ.

3.2.3. *Les difféomorphismes C^1-génériques dans $\mathcal{U}$ n'ont pas des attracteurs.* On va utiliser ici les arguments de la section précedante.

Le résultat de Bonatti et Crovisier [BC] nous dit que la classe homocline de q coincide (pour les diffeomorphismes C^1-génériques) avec le seul quasi-attracteur. Une argument de specification (voir [BDP]) nous dit que l'ensemble des points periodiques d'indice stable 1 et avec determinant centre-stable plus grande que 1 sont dense dans Λ.

Aussi, on sait que Λ n'admet pas de sous décomposition dominée du fibrée E^{cs}. Alors, l'argument de la section precedante nous permet de montrer que on peut creer par des petites perturbations des nouvelles sources près de Λ.

Un argument de Baire nous permet alors concluire que pour les diffeomorphismes C^1-génériques, l'ensemble Λ est accumulée par des sources et pourtant, il ne peut pas être une classe de récurrence par chaînes isolée et en consequence, un attracteur.

$\square$

Pour montrer que les classes de récurrence par chaînes qui ne sont pas le quasi-attracteur sont contenues dans des disques centre estables périodiques il faut utiliser des arguments pareils à ceux qu'on a utiliser pour montrer que $q \in \Lambda$, mais il faut faire plus de travail technique, en particulier etudier la structure des fibres de la semiconjugation avec l'anosov a l'aide des resultats de [HPS]. Pour plus de details voir [P2].

References

[A] A. Araujo, *Existência de atratores hiperbólicos para difeomorfismos de superfície*, Thesis IMPA (1987)

[B] C. Bonatti, Towards a global view of dynamical systems, for the C^1-topology, *Preprint* Prepublications IMB *589* (2010).

[BC] C. Bonatti and S. Crovisier, Récurrence et Généricité, *Inventiones Math.* **158** (2004), 33–104.

[BD] Ch. Bonatti et L.J. Díaz, *Connexions hétéroclines et généricité d'une infinité de puits ou de sources,* Ann. Sci. École Norm. Sup., **32**, 135–150, (1999).

[BD2] C. Bonatti and L.Diaz, On maximal transitive sets of generic diffeomorphisms, *Publ. Math. IHES* **96** (2002), 171–197

[BDP] C.Bonatti, L.Diaz and E. Pujals, A C^1 generic dichotomy for diffeomorphisms: weak forms of hyperbolicity or infinitely many sinks or sources, *Annals of Math* **158** (2003), 355–418.

[BLY] C.Bonatti, M.Li and D.Yang, On the existence of attractors, *Preprint* ArXiv 0904.4393 (2009)

[BV] C. Bonatti and M.Viana, SRB measures for partially hyperbolic diffeomorphisms whose central direction is mostly contracting. *Israel J. of Math* **115** (2000), 157–193.

[BF] J. Buzzi and T. Fisher, *in preparation*. See http://jbuzzi.files.wordpress.com/2009/09/pku-2009-08-21.pdf

[Car] M. Carvalho, Sinai-Ruelle-Bowen measures for N-dimensional derived from Anosov diffeomorphisms, *Ergodic Theory and Dynamical Systems***13** (1993) 21–44.

[C] S. Crovisier, Perturbation de la dynamique de difféomorphismes en topologie C^1, *Preprint* arXiv:0912.2896 (2009)

[C2] S. Crovisier, Birth of homoclinic intersections: a model for the central dynamics of partially hyperbolic systems. *Preprint* ArXiv math/0605387 (2006) à apparaître dans *Annals of Math.*

[G] N. Gourmelon, A Franks' lemma that preserves invariant manifolds, *Preprint IMPA* D051 (2008).

[HPS] M. Hirsch, C. Pugh and M. Shub, Invariant Manifolds, *Springer Lecture Notes in Math.*, **583** (1977).

[M] R. Mañe, An ergodic closing lemma, *Annals of Math* **116** (1982), 503–540.

[Mil] J. Milnor, On the concept of attractor, *Comm. Math. Physics* **99** (1985) no.2 177–195.

[P1] R. Potrie, Generic bi-Lyapunov stable homoclinic classes, à apparaître dans *Nonlinearity*. Preprint disponible a arXiv (2009).

[P2] R. Potrie, Non existence of attractors and dynamics around wild homoclinic classes, *preprint* arXiv (2010)

[PS] E. Pujals and M. Sambarino, Homoclinic tangencies and hyperbolicity for surface diffeomorphisms, *Annals of Math* **151** (2000) 961–1023.

[R] C. Robinson, *Dynamical Systems, Stability, symbolic dynamics and Chaos* CRS Press (1995).

CMAT, Facultad de Ciencias, Universidad de la República, Uruguay

Current address: LAGA; Institute Galilee, Universite Paris 13, Villetaneuse, France

URL: `www.cmat.edu.uy/~rpotrie`

E-mail address: `rpotrie@cmat.edu.uy`