

Geometría y la Naturaleza

Rafael Potrie

CMAT-Universidad de la República

Semana de la Ciencia y la Tecnología

rpotrie@cmat.edu.uy

Junio 2015

El libro de la naturaleza está escrito en el lenguaje de la matemática.

Galileo Galilei

¿Qué es la geometría?

¿Qué es la geometría?

La geometría es el estudio de las formas, los tamaños, las posiciones relativas y propiedades de los espacios.

¿Qué es la geometría?

La geometría es el estudio de las formas, los tamaños, las posiciones relativas y propiedades de los espacios.

Además de los triángulos, círculos, polígonos, los matemáticos estudian geometría de espacios más extraños, como son los espacios *multi-dimensionales*, o la geometría de los conjuntos *fractales*.

¿Qué es la geometría?

La geometría es el estudio de las formas, los tamaños, las posiciones relativas y propiedades de los espacios.

Además de los triángulos, círculos, polígonos, los matemáticos estudian geometría de espacios más extraños, como son los espacios *multi-dimensionales*, o la geometría de los conjuntos *fractales*.

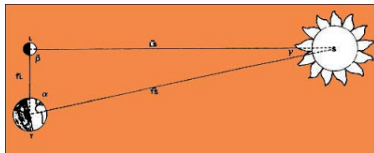
Pero, ¿por qué nos interesa?

Un poco de “historia”

Algunas de las motivaciones iniciales para el estudio de la *geometría*.

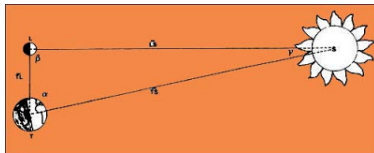
Un poco de “historia”

Algunas de las motivaciones iniciales para el estudio de la *geometría*.
La astronomía.



Un poco de “historia”

Algunas de las motivaciones iniciales para el estudio de la *geometría*.
La astronomía.

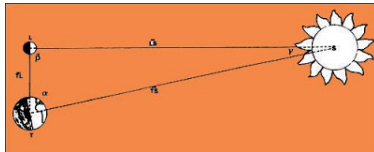


La navegación.



Un poco de “historia”

Algunas de las motivaciones iniciales para el estudio de la *geometría*.
La astronomía.



La navegación.



Otros: Arquitectura, agricultura, arte, etc...

En definitiva, el estudio de la geometría surge de la necesidad de *entender* el mundo en que vivimos.

En definitiva, el estudio de la geometría surge de la necesidad de *entender* el mundo en que vivimos.

Entonces, ¿Por qué estudiar cosas *raras* como grandes dimensiones o dimensiones *fractales*?

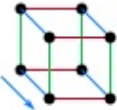
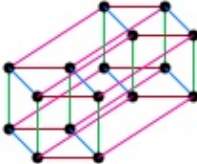
En definitiva, el estudio de la geometría surge de la necesidad de *entender* el mundo en que vivimos.

Entonces, ¿Por qué estudiar cosas *raras* como grandes dimensiones o dimensiones *fractales*?

El objetivo de esta charla es explicar brevemente cómo esas dimensiones “aparecen” en la naturaleza.

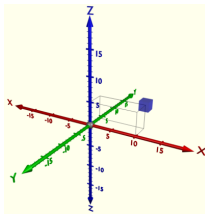
Dimensión

Cuántas “variables” necesito para determinar un objeto en mi espacio.

					X Y Z W 
0	1	2	3	4	#Dim

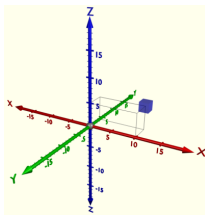
Grandes dimensiones

En astronomía, se necesitan 3 dimensiones para ubicar un planeta o estrella.



Grandes dimensiones

En astronomía, se necesitan 3 dimensiones para ubicar un planeta o estrella.



Para ubicar simultáneamente varios planetas, se precisan más dimensiones, tres por cada uno.



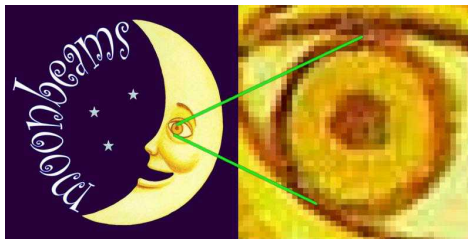
Muy Grandes Dimensiones

Esto es aplicable a muchos otros casos donde nos interesa estudiar posiciones de varios cuerpos al mismo tiempo. Pero no es la única razón para estudiar grandes dimensiones, hay muchos otros casos donde necesitamos guardar mucha información.

Muy Grandes Dimensiones

Esto es aplicable a muchos otros casos donde nos interesa estudiar posiciones de varios cuerpos al mismo tiempo. Pero no es la única razón para estudiar grandes dimensiones, hay muchos otros casos donde necesitamos guardar mucha información.

Una fotografía digital corresponde a elegir un color en cada uno de los píxeles (una foto de 4 mega píxeles tiene $2450 \times 1633 \sim 4000000$ de “dimensiones”).



Fotografía digital

Si una fotografía vive en un espacio de dimensión 4000000, ¿cuanta información se necesita para guardarla?. ¿Será posible “proyectarla” a un espacio de dimensión menor “sin perder” información?.

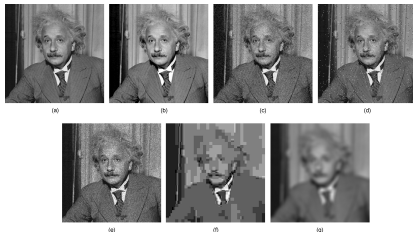
Si una fotografía vive en un espacio de dimensión 4000000, ¿cuanta información se necesita para guardarla?. ¿Será posible “proyectarla” a un espacio de dimensión menor “sin perder” información?.

De alguna manera, este tipo de preguntas están relacionados a la *geometría* del espacio de posibles fotografías y a las posibilidades del ojo humano de detectar diferencias en fotografías. Sistemas de compresión (como .jpg, .gif, etc) utilizan esta geometría para que nuestras fotos ocupen menos espacio en nuestros dispositivos.

Fotografía digital

Si una fotografía vive en un espacio de dimensión 4000000, ¿cuanta información se necesita para guardarla?. ¿Será posible “proyectarla” a un espacio de dimensión menor “sin perder” información?.

De alguna manera, este tipo de preguntas están relacionados a la *geometría* del espacio de posibles fotografías y a las posibilidades del ojo humano de detectar diferencias en fotografías. Sistemas de compresión (como .jpg, .gif, etc) utilizan esta geometría para que nuestras fotos ocupen menos espacio en nuestros dispositivos.



¿Y si queremos transmitir un video?

¿Y si queremos transmitir un video?

Si dura 10 minutos, a 24 imagenes por segundo, obtenemos

$24 \times 60 \times 10 \times 4000000 = 57600000000$ (y esto es cine mudo!). ¿No es mejor suponer que son “infinitas” dimensiones?

¿Y si queremos transmitir un video?

Si dura 10 minutos, a 24 imagenes por segundo, obtenemos

$24 \times 60 \times 10 \times 4000000 = 57600000000$ (y esto es cine mudo!). ¿No es mejor suponer que son “infinitas” dimensiones?

La respuesta es que en algunos casos sí. Para muchos fines prácticos es más cómodo suponer que la dimensión es infinita.

¿Y si queremos transmitir un video?

Si dura 10 minutos, a 24 imagenes por segundo, obtenemos

$24 \times 60 \times 10 \times 4000000 = 57600000000$ (y esto es cine mudo!). ¿No es mejor suponer que son “infinitas” dimensiones?

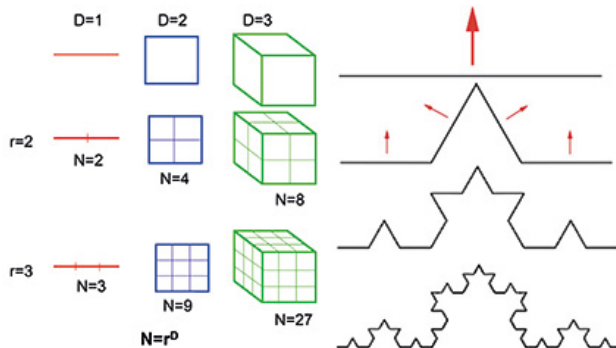
La respuesta es que en algunos casos sí. Para muchos fines prácticos es más cómodo suponer que la dimensión es infinita.

Pero la geometría en dimensión infinita quedará para otra charla.....

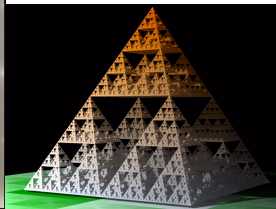
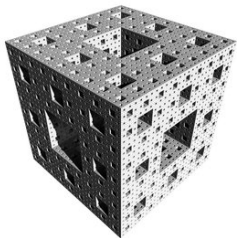
¿Qué es la dimensión de un objeto?

Dimensiones fractales

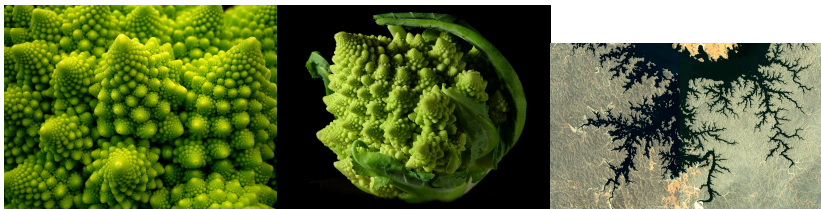
¿Qué es la dimensión de un objeto?

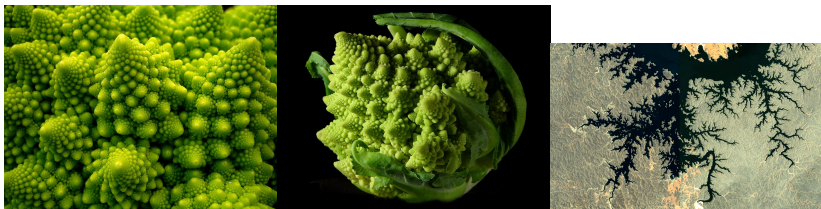


Otros fractales



Y en la naturaleza





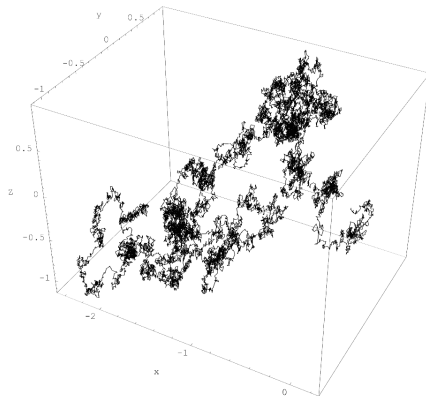
¿Qué utilidad puede tener conocer la *geometría* de estos objetos?

Movimiento Browniano

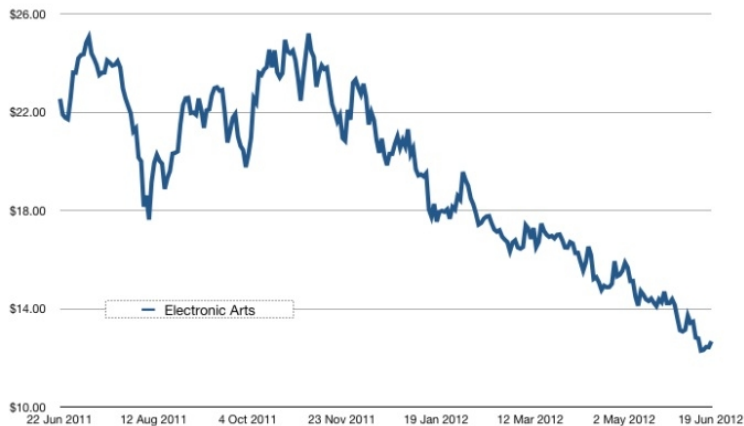
El movimiento Browniano modela por ejemplo el movimiento de un grano de polen en el agua. Sirve como modelo de un movimiento *aleatorio* (o al *azar*). (Brown 1827, Einstein 1905.)

Movimiento Browniano

El movimiento Browniano modela por ejemplo el movimiento de un grano de polen en el agua. Sirve como modelo de un movimiento *aleatorio* (o al *azar*). (Brown 1827, Einstein 1905.)

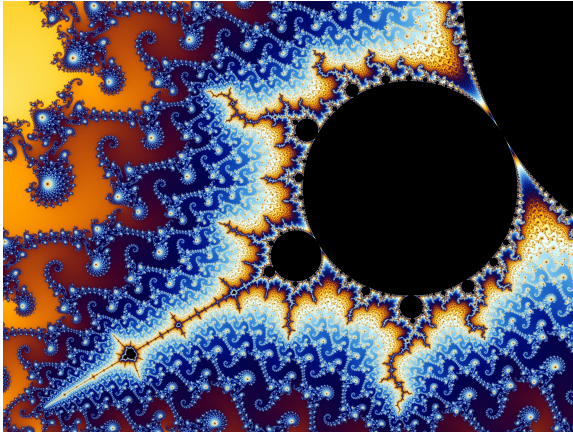


Ecuaciones diferenciales estocásticas y economía



“Había de transcurrir algún tiempo antes de que Aureliano se diera cuenta que tanta arbitrariedad tenía origen en el ejemplo del sabio catalán, para quien la sabiduría no valía la pena si no era posible servirse de ella para inventar una manera nueva de preparar los garbanzos”

G. García Marquez, 100 años de Soledad (Capítulo XIX).



¡Gracias!

Todas las figuras fueron tomadas de internet.

www.imaginary.org/es/uruguay