Universidad de la República
Facultad de Ciencias
Centro de Matemática

Cálculo Diferencial e Integral I
Licenciatura de Física
Primer semestre 2011

Práctico 4

1. (∗) Expresar los siguientes números complejos en la forma $a+bi$:

$$\text{a) } (1+i)^2, \quad \text{b) } \frac{1}{i}, \quad \text{c) } \frac{1}{1+i}, \quad \text{d) } \frac{1}{2}(1+i)(1+i^{-8}), \quad \text{e) } 2e^{-\pi i/2}, \quad \text{f) } i+e^{2\pi i}.$$

2. (∗) Calcular el módulo y el argumento principal de los siguientes números complejos y expresar en la forma re^{it}:

$$\text{a) } 2i, \quad \text{b) } (1+i)^2, \quad \text{c) } \frac{1}{1+i}, \quad \text{d) } -3+\sqrt{3}i.$$

3. (∗) Calcular $(1+i)^{100}$.

4. (∗) Representar gráficamente los conjuntos de los números complejos que satisfacen las siguientes condiciones:

$$\text{a) } |z|<1, \quad \text{b)} z-\bar{z}=i, \quad \text{c) } |z-i|=|z+i|.$$

5. Hallar las raíces cuartas de i.

6. (∗) Utilizar la formula $e^{it}=\cos(t)+i\operatorname{sen}(t)$ y las definiciones de las funciones trigonométricas para verificar las siguientes fórmulas trigonométricas.
   (a) $\cos(a+b)=\cos(a)\cos(b)-\operatorname{sen}(a)\operatorname{sen}(b)$
   (b) $\operatorname{sen}(a+b)=\operatorname{sen}(a)\cos(b)+\operatorname{sen}(b)\cos(a)$
   (c) $\tan(a+b)=\frac{\tan(a)+\tan(b)}{1-\tan(a)\tan(b)}$
   (d) $\operatorname{sen}(2a)=\frac{2\tan(a)}{1-\tan(a)^2}$
   (e) $\cos(2a)=\frac{1-\tan(a)^2}{1+\tan(a)^2}$.

7. Considerar un triángulo de lados a,b,c cuyos ángulos opuestos son α,β y γ. Probar las siguientes igualdades:
   (a) (*Ley del seno*) $\frac{a}{\operatorname{sen}(\alpha)}=\frac{b}{\operatorname{sen}(\beta)}=\frac{c}{\operatorname{sen}(\gamma)}$
   (b) (*Ley del coseno*) $c^2=a^2+b^2-2ab\cos(\gamma)$. Deducir a partir de esto el teorema de Pitagoras.

Nota:

- Armando el práctico priorizamos ofrecer muchos ejercicios sobre mantenerlo en un tamaño razonable. Es preferible ir al día en los temas que hacer todos los ejercicios del práctico. Los ejercicios que resulten escenciales, serán marcados con un asterisco (∗), si el ejercicio consiste de varios ejercicios de cálculo independientes, el asterisco significará que es importante hacer algunos.