

Práctico 1

1. Representar en la recta real el conjunto de los números reales x que verifican:

$$(a) 3x - 7 < 20x + 5. \quad (b) \begin{cases} 1 \leq 2x - 5, \\ 4x - 5 \leq 7. \end{cases} \quad (c) \frac{x-1}{x+1} \leq 0.$$

$$(d) (x-1)(x+1) \leq 0. \quad (e) x^2 \leq 1. \quad (f) x^2 - 5x + 4 > 0.$$

$$(g) (-x^2 + 2x + 15)(x-1) \geq 0.$$

2. Bosquejar en los siguientes casos el gráfico de f

$$\begin{array}{lll} (a) f(x) = x^2, & (b) f(x) = x^3, & (c) f(x) = \sqrt{x}, \\ (d) f(x) = \log(x), & (e) f(x) = \sqrt{|x|}, & (f) f(x) = \frac{1}{x}. \\ (g) f(x) = \operatorname{sen} x, & (h) f(x) = \operatorname{cos} x, & (i) f(x) = \tan x. \end{array}$$

3. Bosquejar $f(x)$ en los siguientes casos:

$$\begin{array}{lll} (a) f(x) = x^3 - 1, & (b) f(x) = \sqrt{x+2} + 3, & (c) f(x) = |(x-2)^3 + 1|, \\ & (d) f(x) = |\cos(x - \frac{\pi}{5})|, & (e) f(x) = e^{-x-2} + 1. \end{array}$$

4. Indicar en los siguientes casos cuál es el dominio máximo de definición de las funciones f y g y determinar $f \circ g$ y $g \circ f$.

$$(a) f(x) = x^2, \quad g(x) = \frac{x}{2}, \quad (b) f(x) = \sqrt{x}, \quad g(x) = 4 - x^2.$$

5. (*) Hallar la derivada de f en su dominio:

$$\begin{array}{lll} (a) f(x) = (x+1)^{10}, & (b) f(x) = (2x-5)^5, & (c) f(x) = e^{x^2+1}, \\ (d) f(x) = \frac{x^2+3x-1}{x^4+3x}, & (e) f(x) = \frac{x^3}{\operatorname{sen}(x)}, & (f) f(x) = \sqrt{x^2-2x}, \\ (g) f(x) = \log\left(\frac{x^4+2x}{2x+1}\right), & (h) f(x) = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^3+2x+e^x}, & (i) f(x) = \frac{1}{e^{\sqrt{x}}}. \\ (j) f(x) = \operatorname{sen}(\log x + x^2), & (k) f(x) = \frac{(\operatorname{cos} x)^2 + \operatorname{sen} x}{(\operatorname{sen} x)^3}, & (l) f(x) = \tan x. \end{array}$$

6. (*)

- Probar que la función $\operatorname{sen} : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}$ es inyectiva y hallar el codominio que la hace invertible.
- Llamamos arccsen a la función inversa de sen con dominio y codominio como los definidos en la parte (a). Calcular la derivada de arccsen en su dominio.
- Hallar dominios y codominios adecuados para las funciones cos y \tan y hallar las derivadas de sus funciones inversas arccos y arctan.

Nota: Armando el práctico priorizamos ofrecer muchos ejercicios sobre mantenerlo en un tamaño razonable. Es preferible ir al día en los temas que hacer todos los ejercicios del práctico. Los ejercicios que resulten esenciales, serán marcados con un asterisco (*), si el ejercicio consiste de varios ejercicios de cálculo independientes, el asterisco significará que es importante hacer algunos.