Bondad de ajuste para modelos autorregresivos

Resumen

Una manera posible de describir la información aleatoria proporcionada por un experimento es hacerlo mediante un proceso estocástico. Es posible realizar inferencia sobre el experimento, o sobre eventuales parámetros de los que dependa el experimento, a partir de ese proceso.

Cuando se considera una sucesión de experimentos y la cantidad de información obtenida en cada uno de ellos tiende a infinito, es posible que la correspondiente sucesión de procesos que describen esa información tenga un límite, que dependerá de los parámetros del experimento. Ese límite puede ayudar a encontrar maneras sencillas y eficientes para estudiar el comportamiento asintótico de procedimientos de inferencia sobre los parámetros del experimento, cuando estos procedimientos se basan en esos procesos a los que hacemos referencia.

La tabla siguiente indica, para unos pocos ejemplos en que el problema a resolver es probar la hipótesis $\mathcal{H}_0$, cuál es el proceso r_n que se utiliza:

Experimento	Proceso	$\mathcal{H}_0$
Muestra $X_1, X_2, \ldots, X_n$ de F	Proceso empírico $r_n(t) = \sqrt{n}(F_n(t) - F_0(t))$ $F_n(t) = \sum_{i=1}^n \mathbf{1}_{\{X_i \leq t\}}/n$	$F = F_0$
Muestra $X_1, X_2, \ldots, X_n$ de F	Proceso empírico tipificado $r_n(t) = \sqrt{n}(\hat{F}_n(t) - \Phi(t))$ $\hat{F}_n(t) = \sum_{i=1}^n \mathbf{1}_{\{X_i \leq \hat{\mu}+\hat{\sigma}t\}}/n$	$F \in \{\mathrm{N}(\mu, \sigma^2) :$ $\mu \in \mathbf{R}, \sigma \in \mathbf{R}^+\}$
$X_i = x(U_i) + \sigma Z_i$ $U_1, \ldots, U_n \sim$Uni$(0,1)$, Z_i i.i.d. $\mathrm{N}(0,1)$	Residuos acumulados $r_n(t) = \sum_{U_i \leq t} \frac{X_i - \sum_{j=1}^p \hat{\beta}_j x_j(U_i)}{\hat{\sigma}}$	$x(t) = \sum_{j=1}^p \beta_j x_j(t)$

Los símbolos con "ˆ" representan estimadores que suponen la validez de $\mathcal{H}_0$.

En trabajos de 2001, 2003 y 2009, AC&EMC mostramos que r_n puede transformarse de manera sencilla en un proceso w_n con las siguientes propiedades:

I el límite de w_n es un proceso de Wiener típico w en $(0, 1)$ cuando se cumple $\mathcal{H}_0$

II dada una sucesión de alternativas locales de interés, se puede lograr eligiendo adecuadamente la transformación que el límite bajo las alternativas de w_n sea $w(t) + \delta t$, donde δ mide una distancia normalizada entre las alternativas y la hipótesis nula

III cuando el estadístico de Neyman y Pearson para contrastar $\mathcal{H}_0$ con la misma sucesión de alternativas se normaliza bajo $\mathcal{H}_0$ con esperanza y variancia asintóticas 0 y 1, su esperanza asintótica bajo las alternativas es δ

La coincidencia de los valores de δ es un síntoma de que el proceso r_n está bien elegido y la consecuencia es que podemos construir un estadístico para probar $\mathcal{H}_0$ que es consistente frente a cualquier alternativa y "casi" eficiente para la sucesión de alternativas elegidas.

En la presentación prevista para el Seminario de Probabilidad y Estadística del miércoles 4 de mayo de 2011, intentaremos mostrar que generalizar la aplicación de estos procedimientos para probar la bondad de ajuste de un modelo autorregresivo de orden dado a una serie de tiempo estacionaria y causal tropieza con algunas dificultades.

Sin embargo, estas pueden sortearse y se consigue una prueba de ajuste con las mismas propiedades que para los ejemplos anteriormente resueltos.

E.M.C.