Procesos estocásticos y ecuaciones diferenciales fraccionarias

En los cursos de introducción a la teoría de los procesos estocásticos es común abordar el estudio de las propiedades analíticas de las probabilidades de transición de ciertas clases de procesos, por ejemplo, markovianos. El interés se centra en las ecuaciones básicas que gobiernan las probabilidades de transición de los procesos analizados: de esta manera argumentos probabilísticos conducen al estudio de ecuaciones diferenciales parciales (Feller, W., Introducción a la teoría de probabilidades y sus aplicaciones, volumen II, capítulo 10)

Un número creciente de investigadores se está dedicando a la búsqueda e interpretación probabilística de las soluciones de ecuaciones diferenciales de orden fraccionario. Entre las herramientas matemáticas empleadas interviene el llamado cálculo fraccionario: una rama del análisis matemático que trata del estudio y de las aplicaciones de integrales y derivadas de orden arbitrario. El cálculo fraccionario ha sido objeto de especulaciones y de investigaciones por parte de eminentes pensadores y matemáticos (Leibniz, G. W., Euler, L., Abel, N. H., Liouville, J., Riemann, B., etc.): mencionaremos ciertos aspectos de algunos de los enfoques existentes útiles en las aplicaciones a los procesos estocásticos.

La conexión entre ecuaciones diferenciales parciales fraccionarias y los procesos es ejemplificada a través de un interesante resultado obtenido por Orsingher, E. y Beghin, L. (Probability Theory and Related Fields, 128, 141-160 (2004)) en el cual se ha demostrado que las densidades de transición del llamado proceso del telégrafo con tiempo Browniano satisfacen una generalización de la ecuación del telégrafo al caso fraccionario.