

Examen de Introducción a la Probabilidad y Estadística

Ejercicio 1. La probabilidad de que un helicóptero cumpla una misión exitosamente es $3/4$. Se estiman necesarios 6 helicópteros para una tarea global, por lo que se envían 8, dado que $8 \times (3/4) = 6$.

- (a) Calcular la probabilidad de que la misión se cumpla con éxito, es decir, por lo menos 6 helicópteros cumplan la misión.
- (b) Determinar la cantidad aproximada de helicópteros necesaria para que la tarea global se cumpla exitosamente con una probabilidad mayor que 0,99.

Ejercicio 2. A dos ventanillas desocupadas llegan dos personas, **A** y **B**. Sus tiempos de atención son independientes y tienen distribución exponencial, con esperanza igual a una hora.

- (a) Calcular las distribuciones del tiempo de atención de la primera persona que sale, y el de la segunda.
- (b) Inmediatamente después de llegar **A** y **B** llega **C**, que tiene la misma distribución de tiempo de atención. Calcular la probabilidad de que **C** no sea el último en retirarse.

Ejercicio 3. Se considera una sucesión de variables aleatorias equidistribuidas, con valor esperado cero y cuarto momento finito. Esta sucesión se dice m -dependiente si cada término de la misma solo presenta dependencia con los $m - 1$ términos vecinos (los $m - 1$ anteriores y los $m - 1$ posteriores).

- (a) Demostrar que se verifica la ley débil de los grandes números, es decir, que el promedio converge a cero en probabilidad cuando n tiende a infinito.
- (b) Probar que el promedio de los datos que están en los lugares $1, m + 1, 2m + 1, 3m + 1, \dots, dm + 1$, tiende a cero casi seguramente si $d \rightarrow \infty$.
- (c) Probar que se verifica la ley fuerte de los grandes números cuando $m = 2$.
- (d) Probar que una sucesión m -dependiente con cuarto momento verifica la ley fuerte de los grandes números.