Centro de Matemática 25 de febrero de 2004

Examen de Cálculo I (Período de marzo de 2004)

Ejercicio 1.
(a) Clasificar y sumar en caso de convergencia las siguientes series:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}, \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}.$$

(b) Clasificar y calcular en caso de convergencia las siguientes integrales:

$$\int_0^1 \frac{1}{x(x+1)(x+2)}dx, \qquad \int_1^{\infty} \frac{1}{x(x+1)(x+2)}dx.$$

Ejercicio 2.
(a) Hallar la primitiva F de la función

$$f(x) = (\tan x)\log(\cos x), \quad \text{para} \quad -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2},$$

que verifica $F(0) = 0$.
(b) Calcular el primer término con coeficiente no nulo del desarrollo de Taylor de F en $x = 0$.
(c) Calcular

$$\lim_{x \to 0} \frac{F(x)}{x^4}.$$

Ejercicio 3. Se consideran las funciones

$$f(x) = x(1-\log x)e^{-\log^2 x}, \qquad F(x) = \int_1^{e^x} f(t)dt,$$

ambas definidas en $(0, +\infty)$.
(a) Calcular F.
(b) Clasificar $\int_0^{+\infty} f(t)dt$
(c) Clasificar las series

$$\sum F(n), \qquad \sum F(1/n).$$

(d) Clasificar las series

$$\sum a_n, \qquad \sum (-1)^n a_n,$$

siendo $a_n = \int_0^{1/\sqrt{n}} F(x)dx$.