Universidad de la República Facultad de Ciencias Centro de Matemática
Cálculo Diferencial e Integral I. Curso 2001.

Examen de Cálculo 1 Julio de 2001

(I) (3 puntos) Consideremos la función $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ dada por:

$$f(t) \;=\; \frac{2\; e^t}{(e^t+3)\;\;(e^t+5)}$$

(a) Calcula $F(x) = \int_0^x f(t)\; dt \qquad \forall\; x \in \mathbb{R}.$

(b) Clasifica $\int_0^{+\infty} f(t)\; dt$ y en caso de convergencia calcula su valor.

(c) Clasifica $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\; dt$ y en caso de convergencia calcula su valor.

(II) (4,5 puntos) Consideremos la ecuación diferencial:

$$(E) \quad t^2\; \dot{x} \;=\; -x - \frac{1}{t} \qquad\qquad (t > 0).$$

(a) Encuentra la solución $f(t)$ de dicha ecuación que cumple $f(1) = e - 2$. Verifica.

(b) Clasifica $\sum f(n)$ (recuerda el desarrollo de Mac Laurin de e^x).

(c) Clasifica $\int_0^{+\infty} f(t)\; dt$

(III) (2,5 puntos) Clasifica las siguientes series:

$$(i)\; \sum \frac{n^2 e^n + 4n^3}{e^{2n} + Ln} \qquad (ii)\; \sum \frac{2+3(-1)^n}{2^n} \qquad (iii) \sum \frac{Arctg(nx)}{n^2} \qquad (x \in \mathbb{R}).$$

(IV) (2 puntos)

(a) Demuestra que para cada $p > 0$ se cumple que $\lim_{n \longrightarrow +\infty} \int_n^{n+p} \frac{sen\; x}{x}\; dx \;= 0.$

(b) Demuestra que el área de la región $D = \{\; (x,y)\; /\; 0 \leq x \leq 1\;,\; 0 \leq y \leq e^{-x^3}\; \}$ está comprendida entre e^{-1} y $\sqrt[3]{\frac{2}{3}} + \left(1 - \sqrt[3]{\frac{2}{3}}\right) e^{2/3}.$