Programa dictado en el curso de CÁLCULO I   Año 2002

1. **"Repaso"** Continuidad y derivabilidad de una función en un punto. Relación entre ambos conceptos. Composición de funciones y regla de la cadena. Teoremas de Bolzano, Darboux y Weierstrass (sin demostración). Propiedades de las funciones derivables en intervalos (básicamente el teorema del valor medio de Lagrange y sus consecuencias). Problemas de máximos y mínimos.

2. **Existencia, continuidad y derivabilidad de la función inversa.** Funciones inyectivas, sobreyectivas, etc. Imagen de un intervalo cerrado por una función continua. Relación entre las gráficas de f y f^{-1}. Teorema sobre existencia, continuidad y derivabilidad de la función inversa. Derivada de la función inversa. Determinaciones principales de las inversas trigonométricas.

3. **Integración.** Supremos, ínfimos y la completitud de $\mathbb{R}$. Definición de funciones integrables según Riemann. Ejemplos. Aditividad respecto del intervalo. Condición necesaria y suficiente de integrabilidad. Se admite (por el momento) que las continuas son integrables. Integrabilidad de las funciones monótonas. De aquí en adelante se pasa a trabajar exclusivamente con funciones continuas (en $[a,b]$ claro). Teorema del valor medio y teorema fundamental. Propiedades: linealidad y monotonía. Primitivas y regla de Barrow. Cambio de variable e integración por partes. Descomposición en fracciones simples (sin demostración) y algún cambio de variable típico. Cálculo de áreas, longitudes, volúmenes, masa y centro de masa de una barra.

4. **Integrales impropias.** (Todo para funciones continuas en $[a,+\infty)$ o en $(a,b]$ etc, etc.) Definición, ejemplos, condición necesaria de convergencia. La integral de "tipo armónica". Linealidad y aditividad. Integrando positivo: no oscilación, criterios de comparación, criterio del "equivalente". Convergencia absoluta. Teorema de la convergencia absoluta y contraejemplo para el recíproco. Integrales impropias de segunda especie y "mixtas". Funciín Gama de Euler.

5. **Nociones sobre ecuaciones diferenciales.** Problemas de la física y de la dinámica de poblaciones que conducen a ecuaciones diferenciales. Ecuación lineal de primer orden. Ecuación "a variable separables". Estructura del espacio de soluciones de una ecuación lineal homogénea de orden n. Resolución completa de la ecuación lineal homogénea de orden 2 con coeficientes constantes. Método de "variación de constantes". Algunos cambios de variable.

6. **Aproximación de funciones por polinomios.** Presentación del problema. Fórmula de Taylor con "resto integral". Resto de Lagrange. Desarrollos de Mac Laurin de las funciones elementales. Una prueba de la irracionalidad de e. Aplicaciones al cálculo de límites y al cálculo aproximado de valores funcionales y de integrales definidas. Aplicación de Taylor al reconocimiento de puntos estacionarios.

7. **Sucesiones de números reales.** Puntos de acumulación. Teorema de Bolzano Weierstrass (fue necesaria la completitud). Ejemplos de sucesiones. Nociones sobre numerabilidad ($\mathbb{Q}$ es numerable pero $\mathbb{R}$ no). Definición de límites finito e infinitos de una sucesión.

Sucesiones monótonas. Las sucesiones monótonas no oscilan. Sucesiones definidas por recurrencia. Puntos de aglomeración. Toda sucesión acotada tiene algún punto de aglomeración. Límites superior e inferior de una sucesión. Subsucesiones. En particular: "toda sucesión acotada tiene alguna subsucesión convergente". Sucesiones de Cauchy. Una sucesión converge si, y sólo si, es de Cauchy. Caracterización de las funciones continuas vía sucesiones. Continuidad uniforme. Teorema de la continuidad uniforme. Ahora si, demostración de la integrabilidad de las funciones continuas.

8. **Series numéricas.** Definición, ejemplos y propiedades básicas. Condición necesaria de convergencia. Condición de Cauchy (se aplicó para ver que $\sum 1/n$ no converge). Series de términos positivos. No oscilación. Criterio Integral y aplicaciones. Criterios de comparación y del "equivalente". Criterios de Cauchy y D'Alembert (usando limsup). Criterio de Leibniz para series de signos alternados. Convergencia absoluta. Constante de Euler. Cálculo de la suma de la armónica alternada y de alguna de sus reordenaciones. Partes positiva y negativa de una serie de números reales. Teoremas de Dirichlet y de Riemann sobre reordenación de series. Series de Taylor. Condición N y S para que la serie de Taylor asociada a una función converja a dicha función. Desarrollos en serie de potencias de e^x, $sen(x)$, $cos(x)$, $L(1+x)$ y $\frac{1}{1-x}$. Lema de Abel (previo a la existencia del radio de convergencia). Existencia del radio de convergencia para series de potencias (sin demostración).

9. **Número complejo.** Estructura de cuerpo conmutativo $(\mathbb{C}, +, .)$. Isomorfismo entre $\mathbb{R}$ y los complejos de parte imaginaria nula. Unidad imaginaria. Notación binómica. Conjugado y módulo. Enunciado del teorema fundamental del Álgebra. Raíces de polinomios con coeficientes reales. Notación polar. Producto de complejos en notación polar. Fórmula de De Moivre. Raíz enésima de un complejo. Exponencial compleja. Distancia euclidiana en $\mathbb{C}$. Nociones sobre convergencia de sucesiones y de series en $\mathbb{C}$.