Facultad de Ciencias
Centro de Matemática
Introducción a la geometría diferencial
Curso 2000

Práctico 4

1. a. Sea $X \subset \mathbb{R}^n$ una variedad diferenciable. Ya vimos que el fibrado normal $NX \subset \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$ es una variedad diferenciable, de dimension n. Probar que $\pi : NX \to X$, $\pi(x, n) = x$ es una submersión.

b. Si X es con borde, calcular el borde de NX.

c. Probar que $T_{x,v}NX = T_xX \times N_xX \subset \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$.

2. Generalizar el teorema del entorno tubular para el caso no-compacto. SUGERENCIA: en este caso el ϵ-entorno se define con ϵ una función diferenciable dependiendo de $x \in X$, ver el Guillemin-Pollack.

a. Extender los resultados anteriores a variedades con borde.

3. Sea M una variedad diferenciable sin borde, y sea $N \subset M$ una subvariedad con borde. Probar que existe una subvariedad sin borde $X \subset M$ de dimensión $\dim N$ tal que contiene a N como subvariedad. Es decir: "toda variedad con borde se extiende a una sin borde".

4. Consideremos el toro $T \subset \mathbb{R}^3$, dado por la rotación de la circunferencia $\{x \in \mathbb{R}^3 : ||x - (0, 2, 0)|| = 1\} \cap \{x = 2\}$ alrededorel eje Oz. Calcular el índice del mapa de Gauss.

5. Probar que la característica de Euler de dos varierdades compactas orietandas es el producto de las caracteríciticas de Euler de ambas variedaes.