

Práctico 4

1. **a.** Sea $X \subset \mathbb{R}^n$ una variedad diferenciable. Ya vimos que el fibrado normal $NX \subset \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$ es una variedad diferenciable, de dimension n . Probar que $\pi : NX \rightarrow X$, $\pi(x, n) = x$ es una submersión.
- b.** Si X es con borde, calcular el borde de NX .
- c.** Probar que $T_{x,v}NX = T_xX \times N_xX \subset \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$.
2. Generalizar el teorema del entorno tubular para el caso no-compacto. SUGERENCIA: en este caso el ϵ -entorno se define con ϵ una función diferenciable dependiendo de $x \in X$, ver el Guillemin-Pollack.
- a.** Extender los resultados anteriores a variedades con borde.
3. Sea M una variedad diferenciable sin borde, y sea $N \subset M$ una subvariedad con borde. Probar que existe una subvariedad sin borde $X \subset M$ de dimensión $\dim N$ tal que contiene a N como subvariedad. Es decir: “toda variedad con borde se extiende a una sin borde”.
4. Consideremos el toro $T \subset \mathbb{R}^3$, dado por la rotación de la circunferencia $\{x \in \mathbb{R}^3 : \|x - (0, 2, 0)\| = 1\} \cap \{x = 2\}$ alrededor del eje Oz . Calcular el índice del mapa de Gauss.
5. Probar que la característica de Euler de dos variedades compactas orientadas es el producto de las características de Euler de ambas variedades.