

**PROGRAMA DE MATEMÁTICA**  
**2º AÑO DE BACHILLERATO**  
**NÚCLEO COMÚN**  
**REFORMULACIÓN 2006**

**A) FUNDAMENTACIÓN**

El programa se estructura sobre cuatro núcleos temáticos, cada uno de los cuales está concebido como síntesis de estudios anteriores en los respectivos temas, a la vez que abre caminos para estudios en las respectivas temáticas en mayor profundidad.

**GEOMETRÍA:** En este núcleo se incluyen dos capítulos de geometría analítica (el primero en el plano, el segundo en el espacio) y dos de geometría sintética (también en el plano primero y en el espacio segundo). Se estudian las representaciones geométricas de los objetos definidos analíticamente, y se resuelven sistemas de ecuaciones lineales, usando el algoritmo de eliminación gaussiana o escalerización, para interpretar sus resultados en el espacio. En el ámbito de la geometría sintética se estudian problemas de una complejidad levemente superior: las homotecias y las semejanzas en el plano, y los planos, rectas, algunos poliedros y la esfera en el espacio. En todo el bloque es altamente recomendable la utilización de recursos informáticos, tanto para representar en la pantalla del computador las soluciones de los problemas y los objetos estudiados, como, de ser posible, la programación de los algoritmos que se enseñan manualmente. Es importante agregar que hoy, en el mundo en que la información se transmite cada vez más en forma de imagen, el estudio de los objetos geométricos acrecienta su importancia.

**NÚMEROS:** Con el estudio de los números complejos se concluye el estudio de los campos numéricos, resolviendo el clásico problema de la ecuación cuadrática.

**FUNCIONES REALES:** La revisión y estudio de algunas funciones reales, las más relevantes para la modelación matemática en las mas diversas ciencias, así como el estudio de las propiedades de estas funciones. Aquí la representación gráfica mediante programas en el computador también es una importante ayuda.

**PROBABILIDAD:** Por último se incluye el estudio de la probabilidad, partiendo de la definición clásica para avanzar en los primeros resultados que permiten resolver algunos problemas de mediana complejidad, con el objetivo de introducir el pensamiento y la capacidad de decisión en un escenario de incertidumbre.

## B) PROGRAMA

### I) GEOMETRÍA

#### 1) Geometría Analítica en el plano (9 horas)

- 1.1. Coordenadas cartesianas en el plano.
- 1.2. Ecuación cartesiana de la recta. Semiplano.
- 1.3. Distancia entre dos puntos.
- 1.4. Ecuación de la circunferencia. Círculo.
- 1.5. Intersección de recta y circunferencia.
- 1.6. Resolución gráfica de sistemas de inecuaciones lineales en el plano.

#### 2) Geometría Analítica en el espacio (10 horas)

- 2.1 Coordenadas cartesianas en el espacio.
- 2.2 Ecuación cartesiana del plano.
- 2.3 Sistemas de ecuaciones lineales con tres incógnitas. Resolución mediante el método de escalerización.
- 2.4 Interpretación geométrica de las soluciones: planos paralelos, planos con un único punto común y eventualmente otras situaciones.

#### 3) Geometría sintética en el plano (8 horas)

- 3.1 Homotecias en el plano. Definiciones y ejemplos.
- 3.2 Propiedades de la homotecia.
- 3.3 Figuras semejantes. Definición y propiedades.

#### 4) Geometría sintética en el espacio (10 horas)

- 4.1 Rectas y planos en el espacio.
- 4.2 Paralelismo, perpendicularidad y ortogonalidad.
- 4.3 El cubo, la pirámide, la esfera y sus secciones planas.

### II) NÚMEROS

#### 5) Número complejo (7 horas)

- 5.1 Unidad imaginaria. Número complejo y su representación gráfica.
- 5.2 Suma y producto de números complejos. Propiedades. Complejo conjugado.
- 5.3 Radicación de números negativos.
- 5.4 Solución en los números complejos de la ecuación de segundo grado.

### **III) FUNCIONES, ECUACIONES E INECUACIONES**

#### 6) Funciones reales (12 horas)

- 6.1 Representación gráfica de la función polinómica de tercer grado.
- 6.2 Representación gráfica de funciones logarítmicas, exponenciales y circulares (seno y coseno). Revisión.
- 6.3 Resolución de ecuaciones no lineales (racionales, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas).
- 6.4 Resolución de inecuaciones no lineales (racionales, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas).

### **IV) PROBABILIDAD**

#### 7) Probabilidad (14 horas)

- 7.1 Experimentos aleatorios y sucesos. Definición clásica de probabilidad.
- 7.2 Combinatoria y aplicaciones a la probabilidad.
- 7.3 Regla de la suma y otras propiedades de la probabilidad.
- 7.4 Probabilidad condicional, fórmula de la probabilidad total y fórmula de Bayes.
- 7.5 Sucesos independientes.
- 7.6 Paseo al azar simétrico. Experimentos de Bernoulli y probabilidades binomiales.

## **C) BIBLIOGRAFÍA**

- Geometría. Un curso de geometría métrica para el segundo ciclo. Zambra, Rodríguez, Belcredi. Colección Mosaicos.
- Geometría métrica. Fernández Val.
- Geometría analítica. Fernández Val.
- Matemática. Cuarto Curso. Celiar Silva Reheman y Jorge H. Cánepa. Editorial Monteverde (1969), Montevideo, Uruguay.
- Mikrakys, 5º Tomo I. Editorial Fin de Siglo
- Matemática 5º Tomo II. Editorial Fin de Siglo
- Calculus I, Tom Apóstol. Editorial Reverté.
- Bachillerato, Matemática. Miguel de Guzmán. Editorial Anaya.
- A Matemática do Ensino Médio. Volumes 1,2 y 3. Elon Lages Lima, Paulo Cezar Pinto Carvalho, Eduardo Wagner, Augusto César Morgado. Sociedade Brasileira de Matemática, Rio de Janeiro, Brasil.

## D) SUGERENCIAS

### I) GEOMETRÍA

#### 1) Geometría Analítica en el plano

- 1.1 Breve repaso de las coordenadas cartesianas del plano. Notación:  $P = (x_p, y_p)$ .
- 1.2 Revisión de la ecuación de la recta:  $y = mx + p$ ,  $ax + by = c$ , (ecuación cartesiana). Semiplano mediante ejemplos. Justificar utilizando el teorema de Thales.
- 1.3 Obtención de la fórmula de la distancia entre dos puntos. Notación:  
 $d(P, Q) = \sqrt{(x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2}$ . Discutir casos particulares.
- 1.4 Definición de circunferencia y círculo como lugar geométrico. Deducir la ecuación de la circunferencia, apoyado en la fórmula de distancia: 1. Círculo.
- 1.5 Caso 1:  $y = mx + p$ , en  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ ; caso 2:  $x = k$  en  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ . Discusión. Interpretación geométrica.
- 1.6 Discusión de los diferentes tipos de soluciones: fajas, ángulos, triángulos. Sistemas con solución vacía.

#### 2) Geometría Analítica en el espacio

- 2.1 Introducción de las coordenadas en el espacio. Notación:  $P = (x_p, y_p, z_p)$ .  
Ubicación de los puntos según el signo de sus coordenadas.
- 2.2 Ecuación cartesiana del plano a través de ejemplos:  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ ,  $x = k$ ,  
 $y = x$ ,  $x + y + z = 1$ . Ecuación general  $ax + by + cz = d$ .
- 2.3.1 Sistemas de  $2 \times 3$ .  
Escalericación. Discusión.  
Interpretación geométrica, planos paralelos, planos secantes.
- 2.3.2 Sistemas de  $3 \times 3$ .  
Escalericación. Discusión.  
Interpretación gráfica.  
No se pretende estudiar sistemas de ecuaciones con parámetros.

#### 3) Geometría sintética en el plano.

- 3.1 Definición métrica de homotecia de razón positiva, como función del plano en el plano. Notación:  $\frac{d(O, P')}{d(O, P)} = k$ . Ejemplos.
- 3.2 Imagen de una recta, (justificar utilizando recíproco del teorema de Thales). Igualdad de ángulos. Proporcionalidad de los segmentos, (corolario del teorema de Thales). Relación entre áreas de triángulos homotéticos y aplicación a polígonos.
- 3.3 Isometrías como funciones que conservan las distancias (y ángulos). Semejanza como composición de isometría y homotecia. Observar que la semejanza mantiene la proporcionalidad de segmentos y la relación entre las áreas de la homotecia.

#### 4) Geometría sintética en el espacio

- 4.1 Revisión de la determinación de rectas y planos.
- 4.2 Paralelismo: entre rectas, entre recta y plano y entre planos. Definiciones.  
Perpendicularidad: entre rectas, entre recta y plano y entre planos. Definiciones.

Perpendicular común a dos rectas. Rectas ortogonales. Definiciones.

Teoremas relativos al paralelismo y a la perpendicularidad.

4.3 Relaciones de paralelismo y perpendicularidad en el cubo y en el tetraedro regular.

Secciones planas del cubo, del tetraedro y de la esfera.

Representación en verdadera magnitud de algunas secciones planas sencillas.

### 5) Número complejo

5.1 La imposibilidad de resolver la ecuación  $x^2 + 1 = 0$  en los reales. Presentación informal de la unidad imaginaria y de los complejos  $z=a+bi$ . Representación gráfica (afijo de un complejo). Eje real y eje imaginario. Los complejos como una ampliación de los reales.

5.2 Suma de complejos. Interpretación gráfica, regla del paralelogramo. Producto, propiedades. Multiplicación por la unidad imaginaria, interpretación gráfica. Complejos conjugados, representación gráfica.

5.3 Para  $\alpha > 0$  tenemos  $\sqrt{-\alpha} = a + bi \Leftrightarrow -\alpha = (a + bi)^2 \dots\dots$

5.4 Solución completa de la ecuación de segundo grado. Representación gráfica de las soluciones.

### 6) Funciones reales.

6.1 Presentar los gráficos de algunos polinomios sencillos de tercer grado, tanto desarrollados como factorizados. Observar que siempre tienen una raíz real.

6.2 Revisión de las funciones exponenciales y logarítmicas. Revisión de sus propiedades, en particular de las monotonías (considerar base mayor y menor que 1)

6.3 Resolución de ecuaciones cuya dificultad no radique en la operatoria. Por ejemplo, no se considera necesario trabajar con logaritmos con base variable.

6.4 Se sugiere resolver inecuaciones, recurriendo a los estudio de signo y a las monotonías vistos en años anteriores.

### 7) Probabilidad

7.1 Distinción entre experimentos aleatorios y determinísticos. Ejemplos. Sucesos elementales y compuestos. Espacio muestral  $\Omega$  (finito) Definición clásica de probabilidad (Laplace)

7.2 Estrategias de conteo; diagrama de árbol; arreglos con y sin repetición. Permutaciones y combinaciones sin repetición. Deducción de las fórmulas y aplicación en distintos problemas de Probabilidad.

7.3 Regla de la suma (probabilidad de la unión de sucesos disjuntos) Probabilidad del complemento.

7.4 Evaluar la posibilidad de hacer ambas demostraciones.

7.5 Definición de sucesos independientes. Ejemplo de arrojar un dado dos veces.

7.6 Introducir el paseo al azar simétrico como el modelo utilizado cuando se tira una moneda  $n$  veces. Graficar en el plano avanzando en el tiempo en cada tirada, y subiendo una unidad cuando sale cara o bajando cuando sale número. Calcular la probabilidad de llegar a una altura  $h$ , correspondiente a obtener  $k$  caras y  $n-k$  números (se cumple  $h=2k-n$ ). La probabilidad resulta las combinaciones de  $n$  tomadas de  $a$   $k$  (correspondiente a ubicar las  $k$  caras en las  $n$  tiradas) sobre  $2^n$ . Si se sube con probabilidad  $p$  y se baja con probabilidad  $q$  ( $p+q=1$ ) en cada paso, entonces se obtiene la distribución binomial.