

**PROGRAMA DE MATEMÁTICA
2º AÑO DE BACHILLERATO
ORIENTACIÓN CIENTÍFICO
REFORMULACIÓN 2006**

A) FUNDAMENTACIÓN

El programa se estructura sobre dos núcleos temáticos: "NUMEROS" y "ANALISIS MATEMATICO".

NÚMEROS:

En lo referente a los números, se sintetizan conocimientos previos, y se introduce el método axiomático, herramienta de construcción de la Matemática actual, luego de un breve capítulo de sistemas de numeración. Se continua con el tema de la divisibilidad en los números naturales, que incluye el estudio de los números primos y la aritmética modular. Es importante destacar que estos temas, cuyo estudio viene desde la antigüedad, encuentra hoy aplicaciones en la informática, disciplina de creciente importancia en la vida actual, como ser en la transmisión de datos y la criptación de mensajes. El bloque concluye con el estudio de todos los conjuntos numéricos en serie, cada uno como ampliación del anterior.

ANÁLISIS MATEMÁTICO:

La segunda parte del curso consiste en una aproximación al ANALISIS MATEMATICO y se compone de dos temas: el estudio de las sucesiones y de sus límites (en el que se propone una introducción intuitiva que debe formalizarse en cursos posteriores), el cálculo de límites de algunas sucesiones importantes, y como aplicación, el segundo tema de estudio es el cálculo de áreas y volúmenes (más generales que los poligonales y poliédricos), que incluye el cálculo del área de la circunferencia, el área bajo la parábola, y el cálculo del volumen de la esfera y otras figuras en el espacio, como aplicación natural de estudio del límite de sucesiones. Se pretende así una aproximación a los métodos del análisis matemático, relevantes en la resolución de numerosos problemas de la ciencia y la técnica.

B) PROGRAMA

I) NÚMEROS

1) Sistemas de numeración (6 horas)

- 1.1 Representación de los números naturales y decimales como combinación lineal de potencias de base 10.
- 1.2 Sistema decimal y sistema binario. Cambio de base.

2) Axiomática de los números naturales (12 horas)

- 2.1 Axiomática de Peano de los números naturales.
- 2.2 Suma y producto de números naturales. Propiedades.
- 2.3 Método de Inducción Completa.
- 2.4 Orden en los números naturales.

3) Divisibilidad (18 horas)

- 3.1 División. Divisores y múltiplos de un número natural.
- 3.2 Máximo común divisor de dos números naturales. El algoritmo de Euclides.
- 3.3 Mínimo común múltiplo de dos números naturales.
- 3.4 Números primos y compuestos. Descomposición de un número en producto de factores primos.
- 3.5 Infinitud de los números primos.
- 3.6 Aritmética modular. Clases residuales.

4) Conjuntos numéricos (6 horas)

- 4.1 La resta de números naturales y los números enteros.
- 4.2 La división de números enteros y los números racionales.
- 4.3 La radicación de números racionales y los números reales. La irracionalidad de $\sqrt{2}$.
- 4.4 La radicación de números negativos y los números complejos.

II) ANÁLISIS MATEMÁTICO

5) Sucesiones numéricas (20 horas)

- 5.1 Definición. Notación y ejemplos. Sucesiones definidas por recurrencia.
- 5.2 Límite de una sucesión (presentación intuitiva). Ejemplos.
- 5.3 Suma de los términos de una progresión geométrica y su límite.
- 5.4 Operaciones con límites. Límite del cociente de polinomios con variable natural.
- 5.5 Sucesiones monótonas y sucesiones acotadas.
- 5.6 El número e.

6) Cálculo de áreas y volúmenes (15 horas)

- 6.1 Método de exhaustión para el cálculo de áreas (aproximación por polígonos).
- 6.2 Cálculo del área bajo la parábola de ecuación $y = ax^2$ en el intervalo $[0,1]$.
- 6.3 Otros ejemplos de cálculo de áreas: $y = c$, $y = bx$ en distintos intervalos.
- 6.4 Cálculo del área bajo la parábola de ecuación $y = ax^2 + bx + c$ en un intervalo $[0, k]$.
- 6.5 Cálculo del volumen de una esfera. Cálculo del volumen de un cono recto.

C) BIBLIOGRAFÍA

- Matemática. Cuarto Curso. Celiar Silva Reheman y Jorge H. Cánepa. Editorial Monteverde (1969), Montevideo, Uruguay.
- Mikrakys, 5° Tomo I. Editorial Fin de Siglo
- Matemática 5° Tomo II. Editorial Fin de Siglo
- Calculus I, Tom Apóstol. Editorial Reverté.
- Bachillerato, Matemática. Miguel de Guzmán. Editorial Anaya.
- A Matemática do Ensino Médio. Volumes 1 y 2. Elon Lages Lima, Paulo Cezar Pinto Carvalho, Eduardo Wagner, Augusto César Morgado. Sociedade Brasileira de Matemática, Rio de Janeiro, Brasil.
- Análise Real. Volumen 1. Elon Lages Lima. Colección Matemática Universitaria, IMPA (2002), Rio de Janeiro, Brasil

D) SUGERENCIAS

1. Sistemas de numeración.

1.1 Introducción intuitiva. A partir de las divisiones sucesivas entre 10, obtener el desarrollo de un número natural como combinación lineal de potencias de base.

Como consecuencia de lo anterior obtener la expresión de un decimal como combinación lineal de potencias de base 10.

1.2 Introducción a los sistemas de numeración. Sistema binario. Cambio de base.

2. Axiomática de los números naturales.

2.1 Breve comentario sobre características y necesidad de un sistema axiomático. Axiomas de Peano. Enunciado.

2.2 Suma. Definición. Demostración de algunas de sus propiedades.

Producto. Definición. Demostración de algunas de sus propiedades.

2.3 Método de Inducción Completa. Demostración de las fórmulas para la suma de los primeros n números naturales, sus cuadrados y sus cubos (de uso posterior en el curso)

3. Divisibilidad.

3.1 División entera. Definición. Comentarios sobre la existencia y unicidad del cociente y el resto.

Divisores y múltiplos. Propiedades elementales.

3.2 Máximo común divisor. Definición. Algoritmo de Euclides, justificación.

3.3 Mínimo común múltiplo. Definición. Demostrar que el producto de dos naturales es igual al producto de su máximo común divisor por su mínimo común múltiplo.

3.4 Números primos y compuestos. Definición. Descomposición factorial

3.5 Demostrar que el conjunto de los números primos es infinito.

3.6 Divisores y múltiplos en \mathbb{Z} .

Congruencias. Definición. Relación de equivalencia. Clases residuales.

Operaciones. Ejemplo de estructura no cancelativa.

4. Conjuntos numéricos.

Descripción de los conjuntos numéricos a partir de necesidades operatorias.

Demostración de que $\sqrt{2}$ no es racional.

Raíces cuadradas de números negativos. Unidad imaginaria.

5. Sucesiones numéricas.

5.1 Definición. Notación. Diferenciar (a_n) de a_n . Sucesiones dadas por una fórmula y por recurrencia.

5.2 Sucesiones convergentes, divergentes y oscilantes. Aproximación intuitiva.

Límite de $(a_n) = \frac{1}{n}$ y otros.

5.3 Límite de la suma de una progresión geométrica. Paradoja de Zenón.

5.4 Límite del cociente de polinomios con variable natural.

5.5 Sucesiones monótonas y sucesiones acotadas.

5.6 El número e como límite de una sucesión.

6) Cálculo de áreas y volúmenes

6.1 Presentación del método. Asumiendo conocida la longitud de la circunferencia, y la aproximación de $\sin(x)$ por x , deducir el área del círculo como límite del área del polígono regular inscrito en la circunferencia.

6.2 Utilizando la fórmula de la suma de cuadrados, y aproximando por defecto mediante rectángulos deducir el área bajo la parábola $y = ax^2$.

6.3. Aproximar por rectángulos, reagrupar en tres sumatorias y aplicar los resultados anteriores.

6.4 Se utiliza el mismo método. Cabe la posibilidad de presentar casos más generales.

6.5. Partir la esfera en “rebanadas” de altura R/n , aproximar los volúmenes de las rebanadas mediante la fórmula del volumen del cilindro, etc. Análogamente para el cono.