

Dinámica Topológica Expansiva: Algunos aportes

Tesis de Doctorado en Matemática

Universidad de la República Oriental del Uruguay

Programa de Desarrollo de las Ciencias Básicas

Mág. Mauricio Achigar

25 de mayo de 2019

Orientadores: Dr. José Vieitez y Dr. Alfonso Artigue

Tribunal:

Dr. Fernando Abadie

Dr. Alexander Arbieto

Dr. Alfonso Artigue

Dr. Álvaro Rovella

Dr. Martín Sambarino

Resumen

En esta tesis se estudian algunos aspectos de la teoría de los sistemas dinámicos discretos desde el punto de vista topológico con especial énfasis en las dinámicas expansivas. El material se encuentra dividido en tres capítulos cada uno de los cuales aborda una temática diferente y es esencialmente independiente de los otros.

En el primer capítulo se estudian generalizaciones del concepto de expansividad de un homeomorfismo definido en un espacio métrico compacto, en especial la denominada *expansividad por refinamientos*. Esta noción tiene sentido en un espacio topológico arbitrario y preserva varias de las propiedades que exhiben los sistemas expansivos en el sentido usual. Se destacan entre otros el teorema de Mañé [28] sobre la dimensión topológica del espacio en el que está definido un homeomorfismo expansivo, y teorema de la finitud de los sistemas expansivos al futuro [13, 34]. Se presenta también una familia de sistemas dinámicos simbólicos que generalizan los *shift* expansivos usuales. Finalmente se indica cómo puede intentarse extender este concepto a otras categorías como la de los anillos conmutativos. Gran parte del contenido presentado forma parte del artículo [2] escrito en coautoría con Alfonso Artigue e Ignacio Monteverde.

En el segundo capítulo se trata el tema de la *observabilidad* de un sistema dinámico, que grosso modo es el estudio de condiciones bajo las cuales diferentes estados del sistema pueden ser distinguidos realizando mediciones a lo largo de la evolución del mismo. El principal resultado obtenido es un teorema de observabilidad genérica para mapas continuos localmente inyectivos, que extiende trabajos de otros autores, en especial el de Gutman [17, 18]. Este teorema es aplicado al caso de las dinámicas expansivas obteniendo un teorema de observabilidad para mapas expansivos al futuro de un toro. Finalmente se estudia la vinculación entre la propiedad de expansividad y la de observabilidad. El material expuesto se encuentra contenido esencialmente en el artículo [3] escrito en coautoría con Alfonso Artigue e Ignacio Monteverde.

El tercer capítulo está dedicado al estudio de sistemas dinámicos que admiten un cociente expansivo. Se dan caracterizaciones de tales homeomorfismos complementando el trabajo de otros autores como Lewowicz [27], Sambarino y Cerminara [12]. Se aborda también el caso de sistemas que son extensión de un homeomorfismo expansivo con la propiedad de sombreado (homeomorfismos de Anosov), obteniendo para ellos un resultado de estabilidad topológica en la línea del teorema de del mismo tipo para sistemas de Anosov debido a Walters [37]. En el Anexo a este capítulo se presenta un resultado sobre sombreado que se encuentra publicado en [1].