

SEMINARIOS DE MATEMÁTICA PARA ESTUDIANTES DE GRADO

DESCRIPCIÓN DE LAS UNIDADES CURRICULARES

1. NOMBRE Y DESCRIPCIÓN DE LA UNIDAD CURRICULAR

El *Seminario Problema de Fekete* es una actividad tipo seminario en donde se pretende un acercamiento a las actividades de investigación y comunicación de un trabajo científico de matemática para estudiantes de grado.

2. LICENCIATURAS EN LAS QUE SE ENMARCA LA UNIDAD CURRICULAR

Licenciatura en Matemática, Licenciatura en Física.

3. FRECUENCIA Y SEMESTRE DE LA FORMACIÓN A LA QUE PERTENECE

Una sesión semanal de 1:30 hs de duración, durante el segundo semestre de 2021. Para poder inscribirse al seminario, el estudiante deberá tener validado al menos 90 créditos de la carrera.

4. CRÉDITOS ASIGNADOS

5 créditos.

5. UBICACIÓN DENTRO DEL PLAN DE ESTUDIOS

Es una actividad de tipo seminario, área A (matemática).

6. NOMBRE DEL/LA DOCENTE RESPONSABLE

Diego Armentano, Marcelo Fiori, Nicolás Frevenza.

7. CORREO ELECTRÓNICO

diego@cmat.edu.uy; mfiori@fing.edu.uy; nfrevenza@gmail.com

8. REQUISITOS PREVIOS

Para poder inscribirse al seminario, el estudiante deberá tener validado al menos 90 créditos de la carrera. Los conocimientos previos recomendados son Análisis Real y Complejo, Geometría Diferencial, Probabilidad

Date: 19 de febrero de 2021.

9. EJEMPLOS DE UNIDADES CURRICULARES DE FACULTAD DE CIENCIAS U OTROS QUE APORTAN DICHS CONOCIMIENTOS

No corresponde, ya que los requisitos son generales.

10. CONOCIMIENTOS ADICIONALES SUGERIDOS

No tiene.

11. OBJETIVOS DE LA UNIDAD CURRICULAR

(a) *Herramientas, conceptos y habilidades que se pretenden desarrollar*

El objetivo del seminario es aproximar al estudiante a la investigación en matemática, integrándolo en la creación y desarrollo de un abordaje científico concreto, vinculado a amplios aspectos de la actividad de investigación en matemática. Se pretende además que el estudiante adquiera experiencia en la transmisión de conocimientos adquiridos a un público de pares, en un ámbito de discusión académica.

(b) *En el marco del plan de estudios.*

El seminario constituye, junto con la actividad “Trabajo monográfico”, parte de la currícula en la Licenciatura en Matemática destinada a la aproximación al trabajo de investigación y difusión de los conocimientos.

12. TEMARIO SINTÉTICO DE LA UNIDAD CURRICULAR

De forma general, el problema a estudiar es: *¿Cómo distribuir n puntos en una esfera que minimicen un potencial dado?*

Usualmente ‘*Cómo*’ significa ‘encontrar un algoritmo óptimo (y su orden)’ y ‘*que minimicen*’ usualmente significa ‘cuyo potencial diste del mínimo en un error $\epsilon(n)$ preestablecido’. Una problema posterior, o tal vez simultáneo, es describir el patrón geométrico de la distribución de los puntos como función de $\epsilon(n)$ (cuánto más pequeño es ϵ , más preciso es el patrón).

El problema general posee una gran variedad de aplicaciones, incluyendo, *posición satelital, mapeos terrestres, cristalografía, geometría computacional, teoría de la complejidad y interpolación de funciones*. Requiere de una variedad de técnicas en *probabilidad, análisis armónico o análisis numérico*.

Proponemos prestarle especial atención al problema 7 de Smale, que corresponde al potencial logarítmico,

$$V = - \sum_{i \neq j} \ln |x_i - x_j|.$$

Este problema está motivado por los trabajos realizados por Shub-Smale sobre el estudio de la complejidad del teorema de Bézout.

13. TEMARIO DESARROLLADO

En la primer parte se trabajará con el artículo [BG] dando una introducción al problema de Fekete, y motivandolo con otros problemas similares de optimización. Luego continuaremos con el artículo [BCCdR] donde se utiliza como herramienta –para atacar este problema– a las funciones de Green para el Laplaciano en variedades. También estudiaremos el artículo [RSZ] donde se estima la energía de configuraciones mínimas. Si disponemos de tiempo, intentaremos estudiar algún artículo con un enfoque más probabilista-computacional al tema. Por el momento hemos elegido el artículo [BCMT].

14. BIBLIOGRAFÍA

(a) *Básica*

[BCCdR] Carlos Beltrán, Nuria Corral, and Juan G. Criado del Rey, *Discrete and continuous Green energy on compact manifolds*, *J. Approx. Theory* **237** (2019), 160–185.

[BCMT] Mireille Bossy, Nicolas Champagnat, Sylvain Maire, and Denis Talay, *Probabilistic interpretation and random walk on spheres algorithms for the Poisson-Boltzmann equation in molecular dynamics*, *M2AN Math. Model. Numer. Anal.* **44** (2010), no. 5, 997–1048.

[BG] Johann S. Brauchart and Peter J. Grabner, *Distributing many points on spheres: minimal energy and designs*, *J. Complexity* **31** (2015), no. 3, 293–326.

[RSZ] E. A. Rakhmanov, E. B. Saff, and Y. M. Zhou, *Minimal discrete energy on the sphere*, *Math. Res. Lett.* **1** (1994), no. 6, 647–662.

15. MODALIDAD DE LA ACTIVIDAD

Se espera que sea presencial, pero se puede adaptar en función de los requerimientos de los participantes y de las definiciones que tome la Universidad.

16. METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA

Presentación por parte de los participantes de conferencias abordando parte de la temática. Los estudiantes deberán realizar al menos 2 exposiciones a lo largo del seminario.

17. DURACIÓN EN SEMANAS

La actividad abarcará todo el semestre, por lo que se espera una duración de aproximadamente 15 semanas.

18. CARGA HORARIA TOTAL

Las actividades tendrán una carga horaria total de trabajo por parte de los estudiantes de 75 horas, correspondientes a 5 créditos.

19. CARGA HORARIA DETALLADA

Se harán aproximadamente 30 horas de conferencias, el resto de la carga horaria está destinada al trabajo individual del estudiante.

20. SISTEMA DE APROBACIÓN

El seminario se aprueba con nota APROBADO/NO APROBADO; para aprobar el seminario, el estudiante deberá realizar al menos 2 exposiciones. Se espera que el estudiante participe activamente en las sesiones del seminario; el docente responsable en acuerdo con los docentes participantes del seminario establecerá la suficiencia o no del trabajo realizado por el estudiante.

21. COMENTARIOS O ACLARACIONES

1. El cronograma específico del seminario varía en función del desarrollo del seminario.
2. El seminario podrá cancelarse si no hay al menos 5 inscriptos.