

## **Tópicos en Probabilidad (MA252)**

LICENCIATURA EN MATEMÁTICA

PLAN 2014

**Nombre del curso:** Tópicos en Probabilidad.

**Semestre:** Par 2019

**Periodicidad:** -

**Créditos:** 12

**Área:** A

**Subárea:** Probabilidad y estadística

**Nivel:** Avanzado

**Duración del curso:** 15 semanas

**Carga horaria:**

- Teórico: 3 horas
- Práctico: 1,5 horas
- Estudio sugerido: 10 horas

**Método de evaluación de curso y examen:** Examen final obligatorio.

**Previaturas reglamentarias:** Probabilidad, Medida e integración.

**Conocimientos previos sugeridos:** El curso necesita del conocimiento previo en probabilidades que es impartido en la materia básica correspondiente (probabilidad) y también del manejo de los elementos de la teoría de la medida que han sido introducidos en el curso de medida e integración.

## **Objetivo del curso**

Principalmente el curso busca como objetivo básico la formalización, desde el punto de vista matemático, de los conceptos de la teoría de la probabilidad, vista como una rama de la matemática con vida propia. El aprendizaje de algunos elementos de la estadística matemática será también una de los objetivos del curso.

## **Temario Sintético**

1. Espacio de Probabilidad. Construcción esquemática y espacio producto infinito. Variables aleatorias. La noción de independencia. Lemas de Borel-Cantelli.
2. Funciones de distribución. Integral de Lebesgue-Stielges.
3. Ley débil y fuerte de los grandes números. Teorema de las tres series. Aplicaciones en Análisis.
4. Paseo al azar simétrico. Aplicaciones y generalización.
5. Convergencia débil de medidas de probabilidad. Espacios métricos asociados. Teorema Central del Límite.
6. Funciones características. Propiedades y aplicación. La transformada de Laplace y aplicaciones.
7. La Gaussiana Multidimensional y la regresión.
8. Proceso de Poisson y aplicaciones. Semigrupos y una introducción a los procesos de Markov.
9. Definición del Movimiento Browniano, propiedades. Su relación con la ecuación del calor.

## **Temario Desarrollado**

1. Modelo probabilista. Espacio medible. Función medible, observación. Espacio de probabilidad. Convergencia de v.a. Clases monótonas. Funciones de distribución. El espacio de Lebesgue en  $[0,1]$ . Ensayos de Bernoulli.
2. Integral de Lebesgue-Stielges y descomposición de Funciones de distribución. Integrales. Espacios  $L(p)$ . Medida imagen. Leyes de probabilidad definidas en  $\mathbb{R}$  y en  $\mathbb{R}^k$ . Ejemplo de distribuciones. Imagen de leyes con densidad.
3. Desigualdad de Chebychev. Ley débil de los grandes números. Teorema de Weierstrass y polinomios de Bernstein. Problema de momentos. Fórmula generalizada de Taylor y Semi-grupos. Principio de grandes desvíos. Desigualdad de Kolmogorov y ley fuerte de los grandes números. Teorema de las tres series. Aplicaciones.

4. Paseo al azar simétrico. Principio de reflexión. Ley de la primera vuelta al origen. Ley del arcoseno. Convergencia de algunas leyes asociadas al paseo al azar.
5. Convergencia débil de medidas de probabilidad. Espacios de Dudley. Teorema Central del Límite por el método de Trotter. Teorema de Levy-Lindeberg.
6. Funciones características. Propiedades. Teorema de inversión. Teorema de Levy-Cramer. Fórmula de inversión. Teorema central del límite otra vez. Teorema de Bochner. Aplicaciones varias.
7. Ley Gaussiana. Muestras Gaussianas. Transformaciones lineales aplicadas a la ley Gaussiana. Modelo de regresión. Aplicaciones. Procesos Gaussianos estacionarios a tiempo discreto. Función de covarianza y medida espectral.
8. Proceso de Poisson y aplicaciones. Introducción a los procesos Markovianos. Procesos de saltos. Procesos de difusión en  $\mathbb{R}$ . La "ecuación forward". Condiciones de frontera. La difusión de Fisher-Wright.
9. Ideas básicas del Movimiento Browniano: Definición y propiedades.

## **Bibliografía**

1. W. Feller. An Introduction to Probability Theory and Its Applications Vol I y II. Wiley and Sons. USA.
2. V. Petrov & E. Mordecki. Teoría de la probabilidad. Ed. Universidad de la República. Uruguay.
3. D. Dacunha-Castelle & M. Duflo. Probabilités et Statistique Vol I. Problèmes à temps fixe. Ed. Masson. Paris.
4. R. Dudley. Real Analysis and Probability. Cambridge Studies in Advanced Mathematics. Cambridge Press. UK.