

GEOMETRÍA RIEMANNIANA (MA085)

LICENCIATURA EN MATEMÁTICA

PLAN 2014

Nombre del curso: Geometría Riemanniana y teoremas de comparación

Semestre: Primer semestre de 2019

Periodicidad: No tiene periodicidad

Créditos: 12

Área: Geometría

Subárea: Geometría Riemanniana

Nivel: Avanzado

Duración del curso: 16 semanas

Carga horaria:

- Teórico: 3 hrs semanales
- Práctico: 1 1/2 hrs semanales
- Estudio sugerido: 6 hrs semanales

Método de evaluación de curso y examen: 2 Parciales que permiten exonerar el práctico. Examen práctico (si no fue exonerado) y examen teórico oral. Se impone un mínimo en los parciales para ganar el curso.

Previaturas reglamentarias:

Conocimientos previos sugeridos: Cálculo I, II y III, Ecuaciones Diferenciales.

Objetivo del curso

El curso tiene como objetivo principal Introducir al estudiante a la geometría Riemanniana y teoremas de comparación.

La idea del curso es introducir al estudiante a temas de comparación en Geometría Riemanniana. Se discute la naturaleza y el tipo de los teoremas y sus aplicaciones. A este nivel, la discusión es general, ilustrándolas en su aplicaciones. Por otro lado se busca introducir al estudiante a los elementos de geometría Riemanniana, como geodésicas y Campos de Jacobi. Los teoremas que se prueban usan exclusivamente esos pocos conceptos. En general se basan en simples técnicas de EDO sobre la trayectoria de las geodésicas (el tiempo es la longitud). Desde este punto de vista, conocimientos básicos de ecuaciones diferenciales y cálculo III son suficientes.

Temario Sintético

- [1] Introducción.
- [2] Elementos de geometría Riemanniana.
- [3] Comparación de distancias.
- [4] Comparación de volumen.
- [5] Comparación de triángulos.

Temario Desarrollado

1. **Introducción.**
 - a) ¿Cómo se comparan geometrías? Introducción a la comparación de distancias, ángulos y volúmenes, con condiciones en la curvatura. Ejemplo: Comparación de triángulos en Geometría de superficies de curvatura constante (esfera, plano, plano hiperbólico).
 - b) Enunciado de Gauss-Bonnet y comparación de ángulos. Enunciado de los teoremas de comparación de Topologonov (para triángulos geodésicos) y Bishop-Gromov (para volumen). A este nivel introductorio, se presentan sin prueba.
2. **Elementos de geometría Riemanniana.**
 - a) Métricas Riemannianas.
 - b) Ángulos, longitudes, distancias y volúmenes.
 - c) Geodésicas.
 - d) Campos de Jacobi y curvatura seccional (y su significado).
 - e) Cut-locus y geodésicas que minimizan distancia.
3. **Comparación de distancias.**
 - a) Teorema de comparación de Myers (para el diámetro en función de la curvatura).
 - b) Teoremas de comparación de Rauch (para campos de Jacobi).
4. **Comparación de volumen.**

- a) Campos de Jacobi y comparación de densidades de volumen.
 - b) Volumen de bolas geodésicas y su comparación.
 - c) Diámetro máximo y rigidez en el teorema de comparación de Myers.
 - d) Discusión (sin prueba) de aplicaciones al grupo fundamental a través del crecimiento del volumen de bolas geodésicas.
5. **Comparación de triángulos.**
- a) Triángulos geodésicos y 'hinges'.
 - b) Enunciado y discusión (sin prueba) del Teorema de Topogonov.
 - c) Discusión de aplicaciones, en particular al teorema de la esfera.

Bibliografía

Usaremos secciones (cuidadosamente elegidas) de los siguientes libros.

1. Do Carmo. Differential Geometry of Curves and Surfaces.
2. Cheeger-Ebin. Comparison Theorems in Riemannian Geometry.