UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA
FACULTAD DE CIENCIAS
CENTRO DE MATEMÁTICA 2019

Funciones de variable compleja (MA273)

LICENCIATURA EN MATEMÁTICA

PLAN 2014

Nombre del curso: Funciones de variable compleja
Semestre: par
Periodicidad: anual
Créditos: 12
Área: A
Subárea: Cálculo diferencial e integral
Nivel: Intermedio
Duración del curso: 15 semana
Carga horaria:

- Teórico: 3hs semanales
- Práctico: 1:30 horas semanales
- Estudio sugerido: 6 hs por semana

Método de evaluación de curso y examen: examen globalizador
Previaturas reglamentarias: Calculo diferencial e integral II
Conocimientos previos sugeridos:

Objetivo del curso

El primer objetivo es comprender el comportamiento local de las funciones analíticas relacionando con las transformaciones diferenciables del plano. El teorema local de Cauchy y la fórmula de Cauchy dan una herramienta fundamental tanto para el estudio local de ceros y singularidades y de la representatividad en serie de potencias como para consecuencias globales como el teorema de Liouville, el teorema fundamental del álgebra y el principio del módulo máximo.

Ya el teorema global de Cauchy usa la caracterización de la homotopía de curvas con la teoría del índice. Se deduce el teorema de los residuos que se aplica al cálculo de integrales.
El último objetivo importante es comprender el teorema de Montel, la compacidad en el espacio de funciones holomorfas. Y el teorema de Riemann y sus aplicaciones a la clasificación de automorfismos.

Temario Sintético

1. [1 semana] Número complejo, función exponencial.
2. [2 semanas] Función analitica.
3. [2 semanas] Integración a lo largo de curvas, teorema locakl de Cauchy.
4. [2 semanas] Aplicaciones del teorema local de Cauchy.
5. [1 semanas] Propiedades locales de las funciones holomorfas.
6. [1 semana] Singularidades aisladas.
7. [1 semana] Esfera de Riemann, funciones meromorfas
8. [2 semanas] Teorema global de Cauchy, residuos.
9. [3 semanas] Familias normales, teorema de Riemann, consecuencias.

Temario Desarrollado

1. Número complejo. Función exponencial, levantamiento de curvas que no pasan por el origen.
2. Derivadas. Ecuaciones de Cauchy Riemann, relación con el diferencial.
3. Integración a lo largo de curvas. Acotación. Indice. Teorema local de Cauchy. Existencia de primitivas en un convexo. Fórmula de Cauchy. Equivalencia de función analítica y función holomorfa.
4. Teorema de Morera. Convergencia uniforme en compactos de sucesiones de funciones holomorfas. Teorema de Liouville. Teorema fundamental del álgebra. Teorema del módulo máximo. Lema de Schwarz. Automorfismos del disco.
5. Ceros, orden de un cero. Forma local, teorema de la función abierta.
6. Polos y singularidades esenciales, clasificación.
7. Esfera de Riemann. Transformaciones de Moebius.
8. Homotopía de curvas. Teorema global de Cauchy. Cálculo de residuos. Principio del argumento y teorema de Rouché.
9. Compacidad en el espacio de familias holomorfas. Familias normales, Teorema de Montel. Teorema de Riemann. Clasificación de automorfismos.

Bibliografía

[1] Ahlfors, L., Complex Analysis, An introduction to the theory of analytic, McGraw-Hill, 3rd Edition, 1979.
[2] Conway, J., Functions of one complex variable , Springer
[3] Neto, A. L. Funcoes de uma variavel complexa. IMPA, 2005
[4] Nieto, J., Funciones de variable compleja. Monografía 8 de la OEA
[5] Rudin, W., Análisis real y complejo.
[6] Stein, E., Complex Analysis, Princeton Univ. Press, 2003