

Métodos categóricos en álgebras de Hopf

Centro Universitario de la Región Este
Universidad de la República
Maldonado, Uruguay

16 – 18 de diciembre de 2017

Welcome Address

Yo, welcome! Have a good time you guys!

Índice general

Welcome Address	III
Resúmenes	1
Hopf structures for the lazy mathematician (<i>Alain Bruguières</i>)	1
Bicoronas y coronas emparejadas (<i>Bojana Femic</i>)	1
Álgebras KLR (y sus deformaciones) (<i>Agustín García</i>)	2
Group action on 2-categories (<i>Marín Mombelli</i>)	2
Desde las álgebras de Hopf hacia las categorías tensoriales (<i>Héctor Peña</i>) .	2
Categorificación de quantum \mathfrak{sl}_2 (<i>Guillermo Sanmarco</i>)	3
Índice de expositores	5

Resúmenes

Hopf structures for the lazy mathematician

Alain Bruguières

Université Montpellier II – CNRS – Universidad de la República

Bicoronas y coronas emparejadas

Bojana Femic

Universidad de la República

Lack y Street introdujeron coronas en el 2002. Estas son mónadas en la 2-categoría de Eilenberg-Moore de mónadas. Vienen dadas por tres 2-celdas que satisfacen ciertos 7 axiomas, en la bicategoría inducida por una categoría monoidal C esto corresponde a tres morfismos. Productos cruzados en espacios vectoriales (Vec) son un ejemplo de coronas. En el 2014 Bulacu y Caenepeel mostraron que una variedad de construcciones conocidas en álgebra son también ejemplos de coronas. La pregunta que me surgió de estos trabajos es cómo saber qué tres morfismos sirven para tener una corona. En todos los ejemplos tratados uno de los tres morfismos es composición de dos morfismos unidad, otro es una trenza (lo que está claro porque tiene que ser una ley distributiva), pero el origen del tercero no estaba claro

En mi último trabajo introduje bimónadas en una 2-categoría K arbitraria para introducir bicoronas, como bimónadas en la 2-categoría de tipo Eilenberg-Moore de bimónadas. Desde la perspectiva de bicorona se vuelve clara la forma del tercer morfismo de arriba. Además, bicorona da lugar a conceptos de: 2-(co)círculos, (co)módulo (co)mónadas, (co)acciones torcidas por 2-(co)círculos y módulos de Yetter-Drinfel'd en K . De esta manera, desde el contexto de 2-categorías se revela por qué 2-cocírculos fueren la multiplicación en muchos contextos en álgebra. Como ejemplo principal de una bicorona hallé el biproducto de Radford en K . Cuando K proviene de C trenzada, esa bicorona es biproducto de Radford en C si y solo si la bicorona es una bimónada, generalizando así el resultado conocido en Vec .

Bicoronas dieron lugar a objetos tipo bicorona (mixtos), los que generalizan al contexto de 2-categorías el producto cruzado de Sweedler, por un lado, y el concepto de coacción torcida en C trenzada, así llamada por Street en su trabajo del 2016, por el otro. Coacción torcida formaliza la definición de comódulo álgebras (de Hausser y Nill) sobre una quasi-biálgebra B , pero en el contexto donde B es biálgebra en C .

En dichas construcciones la 1-celda compuesta FB en general no es una bimónada, excepto en el biproducto de Radford en C . En mi trabajo actual introduzco

coronas emparejadas que son bimónadas y cubren una mayor familia de productos cruzados conocidos en espacios vectoriales (de Majid y Schauenburg), además de dar lugar a nuevos productos cruzados no considerados previamente. Coronas emparejadas generalizan al contexto de 2-categorías a los resultados de Bepalov y Drabant hechos en C trenzada.

En esta charla pretendo mostrar los resultados de mis trabajos mencionados arriba.

Álgebras KLR (y sus deformaciones)

Agustín García

Universidad Nacional de Córdoba

Para cada dato de Cartan D , Khovanov y Lauda definen un álgebra graduada cuya categoría de módulos proyectivos categorifica la (forma integral) del álgebra de Nichols asociada a D . En la charla, estudiaremos esta construcción y discutiremos algunas ideas tendientes a generalizar esta construcción para álgebras de Nichols más generales.

Group action on 2-categories

Marín Mombelli

Universidad Nacional de Córdoba

Given a 2-category B , I will show how a finite group can act on B . The G -equivariantization will be presented. This notion generalizes some known constructions in the theory of tensor categories, which was our main motivation for the definition of equivariantization. Some concrete examples will be shown.

Desde las álgebras de Hopf hacia las categorías tensoriales

Héctor Peña

Universidad Nacional de Córdoba

Esta charla sigue detenidamente la exposición del tema dada en [1]. Se mostrará una forma sistemática de construir categorías tensoriales a partir de las categorías de representaciones de ciertas álgebras de Hopf pasando al cociente por objetos de traza cuántica cero (proceso que fue descrito en [2]). En particular necesitaremos que la álgebra de Hopf sea esférica, noción que se definirá y se mostrarán algunas condiciones que garantizan que el álgebra de Hopf sea de este tipo. Luego estudiaremos como obtener subcategorías de fusión de estas álgebras tensoriales fabricadas, en particular se expondrá el método vía módulos de Tilting para álgebras cuasi-hereditarias [3]. Finalmente se discutirá el caso especial de grupos cuánticos con q raíz de la unidad, donde los módulos de Tilting se obtienen mediante filtraciones buenas y filtraciones de Weyl (Ver [4] y [5]).

- [1] “From Hopf Algebras to Tensor Categories”. N. Andruskiewitch, I. Angiono, A. García Iglesias, B. Torrecillas and C. Vay. From ‘Conformal Field Theories and Tensor Categories’, Mathematical lectures from Peking University, DOI 10.1007/978-3-642-39383-9. Springer- Velag Berlin Heidelberg 2014.
- [2] ”Spherical Categories” John W. Barrett and Bruce W. Westbury. Advances in Mathematics, Volume 143, Number 2, 1999. Pág 357.
- [3] “The category of modules with good filtrations over quasi-hereditary algebra has almost split sequences” C.M. Ringel. Mathematische Zeitschrift Band 208, Heft 2, 1991. Pág 209.
- [4] “Tensor Products of Quantized Tilting Modules” H.H. Andersen. Comm. In Mathematical Physics, Volume 149, Number 1, 1992. Pág 149.
- [5] “From Quantum Groups to Unitary Modular Tensor Categories”. Eric C. Rowell. Contemporary Mathematics 2005 ([arXiv:math/0503226](https://arxiv.org/abs/math/0503226)).

Categorificación de quantum \mathfrak{sl}_2

Guillermo Sanmarco

Universidad Nacional de Córdoba

A partir de las notables propiedades de integrabilidad y positividad de las bases canónicas de los grupos cuánticos, desarrollada por Lusztig en [Lus], se impulsaron diversos trabajos interesados en realizar a (la teoría de representaciones de) $U_q(\mathfrak{sl}_2)$ como el anillo de Grothendieck de una estructura categórica superior. En esta charla repasaremos las ideas desarrolladas por Lauda en [Lau1] para categorificar directamente el álgebra $\dot{U}(\mathfrak{sl}_2)$ de Lusztig. Para ello introduciremos su base canónica y repasaremos algunos aspectos de su teoría de representaciones. En particular, introduciremos la representación irreducible V^N de dimensión $N+1$ de \dot{U} . Finalmente, mostraremos las ideas usadas en [Lau3] y [Lau2] para categorificar estas representaciones mediante acciones de cocientes ciclotómicos de álgebras nilHecke.

- [Lau1] Aaron D. Lauda, A categorification of quantum $\mathfrak{sl}(2)$, Adv. Math. 225 (2010), no. 6, 3327–3424. MR 2729010 (2012b:17036).
- [Lau2] ———, Categorified quantum $\mathfrak{sl}(2)$ and equivariant cohomology of iterated flag varieties, Algebr. Represent. Theory 14 (2011), no. 2, 253–282. MR 2776785.
- [Lau3] ———, An introduction to diagrammatic algebra and categorified quantum \mathfrak{sl}_2 . Bulletin Inst. Math. Academia Sinica, 7:165–270, 2012. [arXiv:1106.2128](https://arxiv.org/abs/1106.2128).
- [Lus] George Lusztig, Introduction to quantum groups, Progress in Mathematics, vol. 110, Birkhäuser Boston Inc., Boston, MA, 1993.

Índice de expositores

Bruguières
Alain, 1

Femic
Bojana, 1

García
Agustín, 2

Mombelli
Martín, 2

Peña
Héctor, 2

Sanmarco
Guillermo, 3