

Ecuaciones implícitas de aplicaciones racionales multigraduadas

En esta charla desarrollaremos el estudio del cálculo de la ecuación implícita de una hipersuperficie, dada como la imagen de una aplicación racional $\phi : X \dashrightarrow \mathbb{P}^n$, donde $X = \mathbb{P}^r \times \mathbb{P}^s$ a \mathbb{P}^n .

En los resultados precedentes en esta dirección (cf. [BJ03], [BCJ06], [BDD09], [Bot08], [Bot09], et. al.), se requiere conocer la regularidad del anillo coordenado de la variedad dominio. Ahí mismo, se ha estudiado el caso proyectivo, y los casos multiproyectivo y tórico provistos de un embedding en un espacio proyectivo ambiente. Esta necesidad de “embeber” la variedad proviene de la necesidad de una \mathbb{Z} -graduación para el estudio de la regularidad del anillo coordenado de X , evitando trabajar con su graduación natural dada por \mathbb{Z}^2 . Esta homogeneización provoca que los cálculos efectivos sean notablemente más lentos, y que el número de variables a eliminar aumente considerablemente, siendo necesario un marco de estudio del problema sin necesidad de una graduación artificial.

Lo recién descrito puede ser generalizado al estudio de la *regularidad de Castelnuovo-Mumford* para un anillo conmutativo R , provisto de una graduación dada por un grupo abeliano finitamente generado G , en función del soporte ciertos módulos de cohomología local, que generaliza las de [HW04] y [MS04]. Es de particular interés en las aplicaciones al cálculo de ecuaciones implícitas el caso del anillo de Cox de una variedad tórica y la graduación viene dada por el grupo de Chow de X (cf. [Cox95]).

Referencias

- [BCJ06] L. Busé, M. Chardin, and J.-P. Jouanolou. Torsion of the symmetric algebra and implicitization. 2006.
- [BDD09] N. Botbol, A. Dickenstein, and M. Dohm. Matrix representations for toric parametrizations. *J. Algebra*, 26(7):757–771, 2009.
- [BJ03] L. Busé and J.-P. Jouanolou. On the closed image of a rational map and the implicitization problem. *J. Algebra*, 265(1):312–357, 2003.
- [Bot09] N. Botbol. Compactifications of rational maps and the implicit equations of their images. arXiv:0910.1340, 2009.
- [Bot08] N. Botbol. The implicitization problem for $\phi : \mathbb{P}^n \dashrightarrow (\mathbb{P}^1)^{n+1}$. *J. Algebra*, 322(11):3878–3895, 2009.
- [Cox95] D.A. Cox. The homogeneous coordinate ring of a toric variety. *J. Algebraic Geom.*, 4(1):17–50, 1995.
- [HW04] J. William Hoffman and H.H. Wang. Castelnuovo-Mumford regularity in biprojective spaces. *Adv. Geom.*, 4(4):513–536, 2004.
- [MS04] D. Maclagan and G.G. Smith. Multigraded Castelnuovo-Mumford regularity. *J. Reine Angew. Math.*, 571:179–212, 2004.