Centro de Matemática
Facultad de Ciencias
Universidad de la República

*Matemática I–Curso 2005*

# Examen

13 de julio de 2005

**§1.** Hallar la solución de: $\begin{cases} tx' = (2-t)x \\ x(1) = 1 \end{cases}$.

**§2.** Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & \text{si } x \leq 1 \\ 2 - \frac{\ln x}{x^2} & \text{si } x > 1 \end{cases}$.

(a) Calcular $a$ y $b$ sabiendo que $f$ es una función derivable.

(b) Hallar y clasificar los extremos relativos de $f$ en $\mathbb{R}$; determinar si $f$ tiene extremos absolutos, y en caso afirmativo hallarlos.

(c) Calcular $\displaystyle\int_0^x f(t)dt$, $\forall x \geq 1$.

(d) Clasificar la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(2 - f(n))$.

**§3.** Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x\sqrt{x} & \text{si } x > 0 \\ \frac{x}{2} & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

(a) Hacer un bosquejo del gráfico de $f$.

(b) Hallar los puntos fijos de $f$ y clasificarlos.

(c) Calcular la longitud del gráfico de $f$ en el intervalo $[1, 2]$.

**Duración: 3 horas**