

# Resúmenes de conferencias

**\*\*Falta incluir datos sobre algunas conferencias\*\***

## 1. Plenarias

**Mario Wschebor**  
(por Enrique Cabaña)

Algunos apuntes sobre su trayectoria científica y humana

**Entropy rigidity of non-positively curved symmetric spaces**  
(por François Ledrappier)

We characterize locally symmetric compact spaces of nonpositive curvature by the equality of general inequalities between asymptotic geometric quantities.

**De la trampa al coalescente: variación genética en especies de ratones de la Patagonia**  
(por Enrique Lessa)

Se presentará un estudio en marcha orientado a detectar señales de la historia de las poblaciones, en particular en relación a los ciclos climáticos del cuaternario (“la era del hielo”), en colecciones de secuencias de ADN. Se presentará una introducción al modelo coalescente estándar y a modelos estructurados en el espacio, y resultados de su aplicación al caso de estudio.

**Matemática Reversa**  
(por Antonio Montalbán)

La matemática reversa es un área de la lógica cuyo objetivo es determinar qué axiomas son realmente necesarios para las distintas áreas de la matemática. Esta área de la lógica esta estrechamente conectada con la matemática computable, que trata de medir la complejidad de los objetos matemáticos en términos computacionales. Describiremos las principales ideas de esta área de la lógica.

**La geometría de contacto del problema de los 3 cuerpos**  
(por Gabriel Paternain)

Sabemos desde hace mucho tiempo la forma de escribir las ecuaciones de movimiento de un satélite que se mueve bajo la influencia de los campos gravitatorios de la Tierra y la Luna, pero, sorprendentemente, todavía no entendemos completamente el comportamiento a largo plazo del satélite ya que no hay forma explícita de resolver las ecuaciones. A finales del siglo 19, Poincaré notó la presencia de caos en el sistema y así propició el nacimiento de la teoría moderna de sistemas dinámicos. Recientemente, un nuevo tipo de geometría llamada geometría de contacto (el pariente de dimensión impar de la geometría simpléctica) se ha propuesto como herramienta para la comprensión de este viejo problema de la mecánica celeste. En la charla voy a tratar de explicar lo que es la geometría de contacto y por qué es relevante para el problema de 3 cuerpos.

## **Solving systems of polynomial equations: some recent results (par Michael Shub)**

I will survey some recent results with coworkers, Diego Armentano, Carlos Betran, Jean-Pierre Dedieu and Gregorio Malajovich. In Complexity of Bezout's Theorem VI, I asserted the existence of an algorithm to approximate a homotopy path of (problem,solution) pairs whose number of steps is bounded by the length of the path in the condition metric. With Dedieu and Malajovich we present a specific algorithm which satisfies the same bounds and which takes into account computational errors. With Armentano we study the algorithm initially proposed by Smale in one variable in 1981 in the light of what we have learned in the intervening 30 years. New, interesting problems arise.

## **2. Sesiones especiales**

### **2.1. Álgebra y Geometría Algebraica:**

#### **Producto de categorías abelianas de Deligne (Por Ignacio Lopez Franco)**

En su artículo sobre categorías Tanakianas Deligne define y utiliza un producto tensorial de categorías abelianas. Esta construcción ha sido utilizada por varios autores en el estudio de categorías tensoriales, en conexión con la teoría de álgebras de Hopf. En esta exposición comparamos el producto de Deligne con un producto de categorías con colímites finitos que lo precede, explicamos las limitaciones de la definición de Deligne y como solucionarlas.

#### **Criptografía y curvas elípticas (por Soledad Villar)**

La criptografía estudia conceptos y técnicas matemáticas relacionadas con la seguridad de la información. En esta charla voy a explicar las ideas matemáticas detrás de los sistemas criptográficos, principalmente los de clave pública. Luego comentaré a modo de ejemplo alguno de los problemas en los que se basa la criptografía de clave pública, en particular el problema del logaritmo discreto en curvas elípticas.

### **2.2. Análisis:**

#### **Dualidad para productos cruzados por acciones parciales (por Fernando Abadie)**

En el marco del estudio de la estructura de los factores de tipo III, M. Takesaki publicó en 1973 el primer resultado sobre dualidad de productos cruzados de álgebras de von Neumann por grupos abelianos localmente compactos. A partir de entonces se fueron sucediendo, de manera intensa, estudios similares para productos cruzados de álgebras en diversas categorías y para acciones de variados objetos. En nuestra exposición propondremos una forma de la dualidad que consideramos es la adecuada para el caso de acciones parciales de grupos en  $C^*$ -álgebras. Como aplicación mostraremos cómo es posible globalizar siempre tales acciones parciales.

### **2.3. Probabilidad y Estadística:**

### **2.4. Sistemas Dinámicos y Geometría diferencial:**

#### **Clasificación de conjuntos minimales de homeomorfismos del toro (por Alejandro Passeggi)**

En sistemas dinámicos existe una generalización muy natural de órbita periódica que es lo que se llama conjunto minimal. Mas aún, asumiendo la compacidad del espacio de fase se garantiza la existencia de dichos conjuntos cualquiera sea el sistema, por lo cual se pueden considerar conjuntos básicos en la teoría. En la charla se expondrá una clasificación topológica de los conjuntos minimales para homeomorfismos del toro  $\mathbb{T}^2$ , que surge de un trabajo conjunto con Tobias Jäger y Ferry Kwakkel. Por último se presentarán algunas relaciones interesantes entre la teoría de rotación y la clasificación dada.

### **Dinámica genérica en superficies: Existencia de atractores hiperbólicos (por Rafael Potrie)**

La dinámica  $C^1$ -genérica se preocupa de estudiar propiedades dinámicas de difeomorfismos "típicos" de una variedad. Por típicos se entiende que verifican propiedades que son abundantes en la topología en cuestión, en este caso la topología  $C^1$ .

Voy a intentar dar un pantallazo (lo más autocontenido posible) sobre este tema. Me voy a concentrar en el caso de superficies que es el contexto más sencillo. Intentaré también presentar algunas ideas que permiten probar que para un difeomorfismo  $C^1$ -genérico de una superficie existe un atractor hiperbólico (esto es parte de la tesis de doctorado de A. Araujo, un alumno de Mañe, pero debido a que contenía un error en su prueba, esto nunca fue publicado y paso a ser parte del Folklore, mi prueba se basa en técnicas recientes de dinámica  $C^1$ -genérica).

## **2.5. Matemática Aplicada y otras ciencias:**

### **Biología de Sistemas. Nuevos enfoques para abordar problemas desafiantes de la Biología (por Luis Acerenza)**

Los seres vivos más simples presentan una gran complejidad, originada en el alto número de componentes moleculares y en las características de sus interacciones. La mayor parte de lo que conocemos de estos seres vivos es el fruto de la aplicación de las metodologías reduccionistas. Sin embargo, existe la percepción de que muchos problemas de la Biotecnología y la Biomedicina, que siguen hoy sin resolverse en forma satisfactoria, requieren del empleo de estrategias sistémicas. Como respuesta a esta percepción, hace aproximadamente una década, se funda la Biología de Sistemas. Es una nueva aproximación, de carácter netamente interdisciplinario, que reúne a Matemáticos, Físicos, Químicos, Informáticos e Ingenieros, además de investigadores de variadas áreas de la Biología, entre otros, con el fin de dar respuesta a algunas interrogantes particularmente desafiantes de la Biología. En la exposición se mencionarán algunas de las metodologías sistémicas que están siendo desarrolladas y los tópicos de Matemática involucrados.

### **Caminatas poligonales en el plano hiperbólico (por Pablo Lessa)**

Explicaremos brevemente el modelo del disco de Poincaré para el plano hiperbólico. Compararemos las curvas descritas por un mismo juego de instrucciones en dicho modelo y en el plano Euclideo. Finalizaremos discutiendo el comportamiento de ciertas caminatas aleatorias en ambas geometrías.

### **The optimal harvesting problem under price uncertainty (por Adriana Piazza )**

In this seminar we will present the exploitation of a one species forest plantation when timber price is governed by a time stochastic process. The work focuses on providing closed expressions for the optimal harvesting policy in terms of the parameters of the price process and the discount factor. We assume that

harvest is restricted to mature trees older than a certain age and that growth and natural mortality after maturity are neglected.

We will start the talk with a brief review of the relevant results in the deterministic case:

- Identical trees (Faustmann 1849 [1])
- Age-class model (Rapaport et al. 2003 [3])

After that, we will present the results obtained in the stochastic framework [2]. We use stochastic dynamic programming techniques to characterize the optimal policy for two important cases: (i) when prices follow a geometric Brownian motion we completely characterize the optimal policy for all possible choices of drift and discount factor, (ii) if prices are governed by a mean-reverting (Ornstein-Uhlenbeck) process we provide sufficient conditions, based on explicit expressions for reservation prices, assuring that harvesting everything available is optimal. For the Ornstein-Uhlenbeck process, we propose a policy based on a reservation price that performs well in numerical simulations. In both cases we solve the problem for *every* initial condition and the best policy is obtained endogenously, that is, without imposing any ad hoc restrictions such as maximum sustained yield or convergence to a predefined final state.

Following [5], we consider a nested formulation based on conditional risk mappings, a concept defined in [4]:

$$V_0(x, p(0)) = \min_{c(0)} \left\{ -p(0)c(0) + \delta \rho_{1|p(0)} \left[ \min_{c(1)} -p(1)c(1) + \dots + \delta \rho_{T|p(T-1)} \left[ \min_{c(T)} -p(T)c(T) \right] \right] \right\}.$$

with the corresponding dynamic programming equations,

$$V_t(x(t), p(t)) = \min_{c(t)} \left\{ -p(t)c(t) + \delta \rho_{t+1|p(t)} (V_{t+1}(x(t+1), p(t))) \right\}, t = 0, \dots, T-1.$$

We consider the risk neutral framework, where  $\rho = \mathbb{E}$  and the risk averse case with the risk measure  $\rho = \text{CVaR}_\alpha$ .

## Referencias

- [1] FAUSTMANN M. 1849. Berechnung des Werthes, welchen Waldboden, sowie noch nicht haubare Holzbestände für die Waldwirtschaft besitzen. *Allgemeine Forst- and Jagdzeitung*; translated into English as: Calculation of the value which forest land and immature stands possess for forestry. *Journal of Forest Economics* **1**(1) 7-44 (1995).
- [2] PAGNONCELLI B.K. AND PIAZZA A., The optimal harvesting problem with price uncertainty. Optimization Online, 2011.
- [3] RAPAPORT A., SRAIDI S. AND TERREAUX J.P., *Optimality of greedy and sustainable policies in the management of renewable resources*, Optimal Control Appl. Methods, Vol.24 23–44, 2003.
- [4] RUSZCZYNSKI, A. AND SHAPIRO, A., *Conditional risk mappings*, Mathematics of Operations Research, Vol.31 544-561, 2005.
- [5] SHAPIRO, A., *On a time consistency concept in risk averse multistage stochastic programming*, Operations Research Letters, Vol.37 143–147, 2009.

La variabilidad climática y el cambio climático, son tópicos muy utilizados hoy en día, ¿pero cuanto sabemos en realidad? ¿Qué se puede decir del punto del vista científico?, ¿cuales son las herramientas que se utilizan? y lo mas importante, ¿que es lo que no se sabe aun? Si bien el clima de una región se define generalmente por variables atmosféricas, debemos saber que ellas responden a variaciones de un sistema más complejo: El sistema climático. El sistema climático esta compuesto por la atmósfera, los océanos, la criosfera, la biosfera y los continentes; cada uno de ellos con diferentes tiempos de respuesta a las forzantes pudiendo presentar respuestas lineales y no lineales, estas características hacen que el sistema climático sea difícil de simular numéricamente. El sistema por otro lado presenta diferentes variabilidades temporales naturales, desde la variabilidad interanual pasando a la decadal o multi-decadal, hasta el cambio climático. Esta charla intentara presentar al público las definiciones básicas sobre el tema, las herramientas científicas que se utilizan y los desafíos que se nos presentan.

## **2.6. Educación Matemática y Matemática Elemental:**

### **Los 5 sólidos platónicos y la teoría de grafos (por Eduardo Canale)**

La existencia de sólo cinco poliedros convexos cuyas caras son polígonos regulares, conocidos como sólidos platónicos, admite una demostración trivial usando la restricción en los ángulos de las caras. Sin embargo, su existencia trasciende la geometría métrica y podemos demostrar que aunque las aristas y las caras fueran curvas y superficies alabeadas, el solo hecho de ser regulares es la razón por la cual son solo 5. En esta charla daremos la demostración de éste hecho usando teoría de grafos.

### **Análisis de frecuencias: del arcoiris al sonido digital (por Omar Gil)**

La luz del sol puede descomponerse en el continuo de colores que vemos en el arcoiris, y el sonido de una cuerda de guitarra describirse como la superposición de una nota fundamental y sus infinitos armónicos. Pero el sonido digital es infinitamente más simple, porque en cada intervalo de tiempo hay una cantidad finita de tomas de sonido, y el análisis requiere sólo una cantidad finita de frecuencias. Por lo tanto, todo se reduce a cálculo con matrices y a una geometría que es como la del plano y el espacio, aunque con más dimensiones.

En esta charla haré una presentación de aspectos básicos de esta área, involucrados en cosas tan cotidianas como un reproductor de mp3 o la representación de una imagen en el formato jpg, enfatizando las conexiones con ideas matemáticas que los profesores trabajan durante la educación media.

### **Análisis del discurso como acción social: su rol en la construcción y difusión de conocimiento matemático (por Verónica Molfino)**

¿Por qué el concepto de límite se enseña, en el contexto educativo uruguayo, de la manera en que se hace? Una manera de responder esta pregunta sería considerando el marco de la Transposición Didáctica (Chevallard). Pero hemos descubierto que no es suficiente analizar cómo el conocimiento se transforma de un saber sabio a un saber a enseñar... para responder esa pregunta entendemos necesario identificar los actores involucrados en todo un proceso que explica la transposición del ámbito científico al escolar, y en particular analizar sus prácticas. Presentamos pues un marco que permite problematizar el discurso matemático escolar (dme), a partir de la consideración del discurso como una acción social. En esta conferencia describiremos el dme y explicaremos, en particular para el concepto de límite y en el contexto educativo uruguayo, qué rol cumple en la construcción y difusión de conocimiento matemático.

## **Sistemas dinámicos en bachillerato** **(por Fernando Pelaez)**

En esta charla compartiremos nuestra experiencia referida a la introducción, en el último año de bachillerato, de ideas y conceptos vinculados al área de la Matemática denominada "Sistemas Dinámicos". Además de la importancia intrínseca de los alcances de esta teoría, pensamos que las actividades desarrolladas permiten diversas estrategias didácticas y metodológicas, pues son ideales para trabajar simultáneamente en varios registros de representación (analíticos, geométricos, algebraicos y numéricos). Asimismo, la visualización es permanente, así como la utilización de la computadora, llegando incluso a descubrir algunas de sus eventuales limitaciones con la aparición de sistemas caóticos. Nuestra experiencia indica que este enfoque permite realizar una excelente síntesis de todo lo estudiado previamente en el curso.