Centro de Matemática
BIOESTADISTICA
Curso 2006
Práctico 6

1. El tiempo empleado por una orquesta sinfónica en interpretar la novena sinfonía de Beethoven tiene distribución normal con media 64,3 minutos y desviación 1,15 minutos.

   a. ¿Cuál es la probabilidad de que la próxima interpretación dure menos de 63 minutos?

   b. ¿Cuál es la probabilidad de que la próxima interpretación dure más de 66 minutos?

   c. ¿Cuál es la probabilidad de que la próxima interpretación dure entre 62,5 y 67,7 minutos?

2. El error cometido por un glucómetro tiene distribución normal con media 0,5 y desviación estándar 1,5. Esto significa que, luego de una serie de medidas, esa es la distribución de la diferencia: `valor medido - verdadero valor`, del índice de glicemia en cierto número de pacientes.

   a. ¿Qué porcentaje de lecturas sobreestiman el verdadero valor?

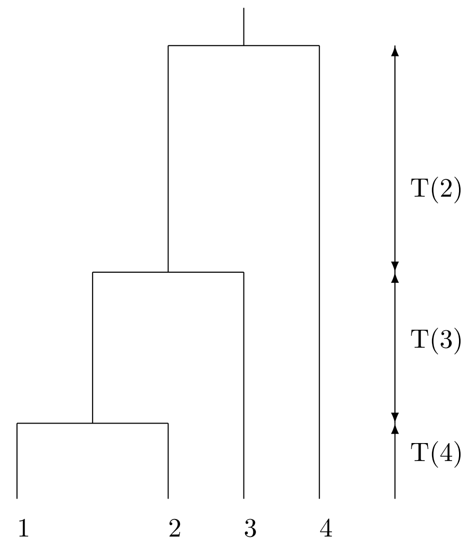
   b. Supongamos que un error es considerado grave cuando la lectura difiere del verdadero valor en más de 2,8 unidades. ¿Qué porcentaje de medidas involucra un error grave?

   c. Hallar el percentil 80% de la distribución del error.

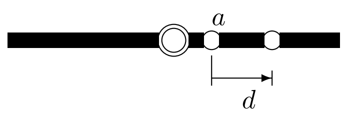
3. *El Coalescente (strikes again).* En el proceso coalescente (definido en el práctico 3), es posible aproximar el tiempo escalado que va desde la penúltima hasta la última coalescencia por una variable exponencial de parámetro 1, donde:

   - Una unidad de tiempo = N generaciones. Donde N es el tamaño poblacional
   - La penúltima coalescencia es la que deja dos linajes, y última es la que da el Ancestro Común Más Cercano (ACMC). Es decir que el tiempo al que nos referimos es $T(2)$.

   Calcular (utilizando dicha aproximación) la probabilidad de que dicho tiempo de espera sea mayor de $2N$ generaciones.



4. *La distancia de Haldane.* Supongamos que nos movemos a lo largo de un cromosoma, producto de una meiosis reciente, partiendo de un determinado sitio al que llamaremos a. Según el modelo de J.B.S Haldane, medida en *Morgans*, la distancia que debemos recorrer hasta encontrar el primer evento de recombinación tiene una distribución exponencial truncada de parámetro 1. Esto quiere decir que para cualquier valor d, menor que la distancia que va de a al extremo del cromosoma, la probabilidad de que la distancia genética al primer evento de recombinación sea menor o igual que d es igual $P\{X \leq d\}$, donde X es una variable aleatoria exponencial de parámetro 1. Calcular $P\{X \leq d\}$ para d =1, 10, 30 y 50 cM.



5. *El Movimiento Browniano.* Quiso la casualidad que el llamado *Proceso de Wiener* fuera propuesto justamente por Norbert Wiener, como modelo para el movimiento browniano. Podemos pensar dicho proceso como una función aleatoria que parte de un intervalo acotado y cuyo gráfico tiene un aspecto similar el de la siguiente figura.

Movimiento Browniano

En dicho modelo, la altura en el punto de abscisa t, a la que llamaremos w_t es una variable aleatoria que tiene distribución normal con media 0 y varianza t. Supongamos que estamos interesados en determinar la distribución del máximo del proceso en el intervalo $[0, a]$; que es una variable aleatoria a la que llamaremos M. Sabiendo que para todo $u \geq 0$ vale la igualdad:

$$P\{M \geq u\} = 2P\{w_a \geq u\}$$

donde la variable w_a es la altura en el punto a.

i. Calcular $P\{M \geq u\}$ para $a = 1$ y u =1, 2, 3 y 4.

ii. Calcular $P\{M \geq 2\}$ para a =1, 2, 3 y 4.

iii. Hallar el percentil 95% para M con a =1, 2, 3 y 4.