CENTRO DE MATEMÁTICA - INTRODUCCIÓN A LA PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA
CURSO 2005 - PRÁCTICO 3

- **Ejercicio 1** Tenemos 5 cajas con productos de una cierta industria. Dos cajas contienen cada una 4 productos buenos y 1 defectuoso; otras dos cajas contienen cada una 4 productos buenos y 2 defectuosos; y la última caja contiene 6 productos buenos. Se elige al azar una caja, de la cual, tambien al azar, se extrae un producto. Calcular la probabilidad de que el producto extraído resulte bueno.

- **Ejercicio 2** De una urna que contiene 4 bolas blancas y 2 negras, se extrae al azar una bola, que luego se pone en una segunda urna, que tiene 3 bolas blancas y 4 negras. Calcular la probabilidad de que una bola extraida de la segunda urna sea blanca.

- **Ejercicio 3** En una cierta población de hombres se tiene un 30 % de fumadores. Se sabe que la probabilidad de enfermarse de cancer de pulmón es $0,1$ para los fumadores, y $0,01$ para los no fumadores. Encontrar la probabilidad de contraer la enfermedad, de un hombre elegido al azar en esa población.

- **Ejercicio 4** Se tira tres dados simultáneamente. ¿Cuál es la probabilidad de que salga al menos un 1, dado que los tres resultado son distintos?

- **Ejercicio 5** Tres jugadores A, B, C, extraen por turno una bola cada uno, de una urna que contiene 10 bolas blancas y 10 negras. Las bolas extraidas no se reponen, y y gana el primero que extrae una bola blanca. Calcular la probabilidad de que gane cada uno de los jugadores A, B, y C.

- **Ejercicio 6** Se tira 10 dados simultáneamente. ¿Cuál es la probabilidad de que salgan al menos dos unos, dado que salió al menos un uno?

- **Ejercicio 7** La urna I tiene a bolas blancas y b bolas negras, y la urna II tiene c bolas blancas y d bolas negras. Se extrae al azar una bola de la urna I y se introduce en la urna II. Seguidamente se extrae una bola de la urna II.

    1. Calcular la probabilidad de que la segunda bola sea blanca sabiendo que la primera fue blanca.
    2. Calcular la probabilidad de que la segunda bola sea blanca sabiendo que la primera fue negra.
    3. Calcular la probabilidad de que la segunda bola sea blanca.
    4. Si la segunda bola fue blanca, ¿cuál es la probabilidad de que la primera haya sido blanca?

- **Ejercicio 8** Un estudiante asiste a un examen sabiendo solo 15 de las 20 preguntas del programa. En el enunciado del examen hay 3 preguntas. Calcular la probabilidad de que el estudiante sepa las 3 preguntas, de dos formas (a) Aplicando las reglas clasicas del cálculo de probabilidades. (b) Utilizando la noción de probabilidad condicional.

- **Ejercicio 9** Se tiene K urnas con n bolillas cada una, numeradas de 1 a n. De cada urna se elige al azar una bolilla. Hallar la probabilidad de que el número mayor que se extraiga sea m ($m = 1, \ldots, n$).

- **Ejercicio 10** Los sucesos A, B y C son tales que, A y B son independientes, A y C son incompatibles, B y C son independientes, $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,4$, $P(C) = 0,1$. Calcular las probabilidades de los sucesos $A \cup B \cup C$, y $A \cap B^c$.

- **Ejercicio 11** Demostrar que: (a) si los sucesos A y B son independientes y tienen probabilidad positiva, entonces no pueden ser incompatibles. (b) si A es un suceso arbitrario, y B es tal que $P(B) = 0$, entonces A y B son independientes. (c) que, si $A \subset B$, A y B son independientes, entonces o bien $P(A) = 0$, o bien $P(B) = 1$.

- **Ejercicio 12** La probabilidad de detectar por medio de un radar, a un avión que vuela en una determinada región es $0,9$. En una región operan en forma independiente tres radares. Calcular la probabilidad de que se detecte un avión en esa zona (a) Por los tres radares. (b) Por al menos un radar.

- **Ejercicio 13** Sean A, B, C sucesos independientes dos a dos y equiprobables, con probabilidad p. Supongamos que $P(ABC) = 0$. Hallar el valor de p que hace que la probabilidad de el suceso $A \cup B \cup C$ sea máxima.

- **Ejercicio 14**. Se lanza una moneda sucesiva e independientemente. La probabilidad de que ocurra cara en un lanzamiento es p, y la de que ocurra cruz es $1 - p$. ¿Cuál es la probabilidad de que ocurran cuatro caras antes que cinco cruces?

- **Ejercicio 15** Se eligen dos enteros no negativos T_1 y T_2, independientemente, de modo que $P(T_1 = n) = P(T_2 = n) = p(1-p)^n$ para $n = 0, 1, 2, \ldots$. Probar que para cualquier n_0 y $n = 0, 1, \ldots, n_0$ se cumple

$$P(T_1 = n | T_1 + T_2 = n_0) = \frac{1}{n_0 + 1}$$

- **Ejercicio 16** *Paradoja de Méré*. Probar que es más probable obtener al menos un 1 con una tirada de cuatro dados, que al menos dos unos a la vez en alguna de 24 tiradas de dos dados.

- **Ejercicio 17** *Difusión de un rumor*. En un pueblo de $n+1$ habitantes, una persona le dice un rumor a una segunda persona, que a su vez se lo dice a una tercera persona, etc. En cada etapa, el receptor del rumor es elegido al azar entre las n personas disponibles. Encontrar la probabilidad de que el rumor sea contado r veces sin (a) que vuelva a ser contado a la persona que lo origino. (b) que se lo repita a ninguna persona. Hacer lo mismo, pero suponiendo que en cada etapa, la persona elige al azar N (fijo) de las personas disponibles.