Práctico 6.

Facultad de Ciencias
Centro de Matemática
MATEMÁTICA I
Curso 2005

Integración (II): integración de funciones continuas a trozos; métodos de integración; aplicaciones.

1. Calcular $\int_0^2 f(x)dx$ donde $f(x) = \begin{cases} x^2 & 0 \leq x < 1 \\ x+1 & 1 \leq x < 2 \\ 0 & x = 2 \end{cases}$

2. Sea $f(x) = x^2 - x[x]$ donde $[x]$ indica la parte entera de x. Estudiar la continuidad de f y esbozar su gráfico. Si n es un entero positivo calcular $\int_0^n f(t)dt$. Si x es un número real positivo cualquiera calcular $\int_0^x f(t)dt$.

3. Usar el método de integración por partes para calcular primitivas de:
(a) xe^x (b) x^2e^x (c) $x \operatorname{sen} x$ (d) $\ln(x)$ (e) $e^x \cos x$ (f) $e^x(\cos x + \operatorname{sen} x)$.
Calcular, usando el mismo método del ejercicio anterior:
(a) $\int_{-1}^2 xe^{2x}dx$ (b) $\int_0^2 x(1-x)^9 dx$ (c) $\int_0^3 x\sqrt{x+1}dx$.

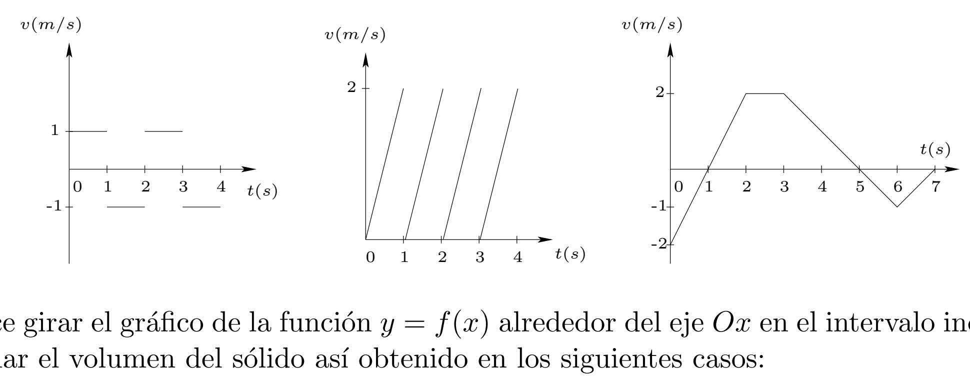
4. Usando el método de sustitución calcular primitivas de:
(a) $2xe^{x^2}$ (b) $\operatorname{sen}^2 x \cos x$ (c) $\ln(x)/x$ (d) $x/(x^2+1)$ (e) $(\cos^{3/2} x) \operatorname{tg} x$
(f) $\frac{1}{x\sqrt{x^2-2}}$ (sustituir $x = 1/t$) (g) $\frac{1}{e^x+1}$ (sustituir $x = -\ln(t)$)
(h) $\frac{x}{\sqrt{x+1}}$ (sustituir $t = \sqrt{x+1}$) (i) $\frac{\cos x}{1+\operatorname{sen}^2 x}$ (sustituir $t = \operatorname{sen} x$).

5. Calcular: (a) $\int_0^{\sqrt{5}} z\sqrt{z^2+4}dz$ (b) $\int_1^e \frac{\ln(x)}{x^2}dx$ (c) $\int_0^1 \frac{u^2}{(2-u^3)^3}$ (d) $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1+\operatorname{sen}^2 x}dx$.

6. Calcular primitivas de: (a) $\frac{1}{x^2-1}$ (b) $\frac{x^2+6}{x^3-x^2-6x}$ (c) $\frac{x^3+x^2-3}{x^2-x-2}$ (d) $\frac{x^2-3}{x^3-4x^2+4x}$.

7. En los siguientes casos bosquejar las funciones dadas f y g, y calcular las áreas de las regiones comprendidas entre sus gráficos en los intervalos indicados:
$f(x) = \cos x$, $g = 0$, $[0, \pi/2]$; $f(x) = 2x - \operatorname{sen} x$, $g = 0$, $[-\pi/4, \pi/6]$;
$f(x) = 2x^2$, $g(x) = x^4 - 2x^2$, $[-2, 2]$; $f(x) = -x^2 + 3x$, $g(x) = 2x^3 - x^2 - 5x$, $[-2, 2]$.

8. A continuación se dan tres gráficas. Cada gráfica corresponde a la velocidad de una partícula que se mueve sobre el eje Ox. La partícula parte de $x = 2$ cuando $t = 0$.
   a) Para cada gráfica determinar dónde está la partícula al final de su viaje.
   b) Para cada gráfica determinar la distancia total recorrida por la partícula.



9. Se hace girar el gráfico de la función $y = f(x)$ alrededor del eje Ox en el intervalo indicado. Calcular el volumen del sólido así obtenido en los siguientes casos:
$f(x) = \sqrt{x}$, $[0, 1]$; $f(x) = x^2$, $[-1, 2]$; $f(x) = e^x$, $[-1, 1]$; $f(x) = \operatorname{sen} x$, $[0, \pi]$.

10. Calcular el volumen del sólido que resulta de girar el gráfico de la función $f(x) = 1/x$ alrededor del eje Oy desde $x = 1$ hasta $x = a$.