

Facultad de Ciencias. Centro de Matemática.

EXAMEN DE MATEMATICA II. 1/11/94.

1. (25 puntos)

Sea el vector \vec{v} de componentes $(2, 0, 2)$ y los puntos $P = (1, 0, 1)$ y $Q = (1, 1, 1)$.

- (a) Hallar Π plano paralelo a \vec{v} y que pasa por P y Q .
- (b) Hallar r recta por P perpendicular a Π .
- (c) Hallar los puntos de r que distan de Π una distancia $d = \sqrt{2}/2$.

2. (30 puntos)

Sea

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 6 & 6 & -2 & 2 \\ 4 & 0 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

- (a) Hallar el polinomio característico de A .
- (b) Hallar los valores y vectores propios de A .
- (c) Probar que A es diagonalizable.
- (d) Hallar P invertible y D diagonal, tales que $A = PDP^{-1}$

3. (30 puntos)

Sea $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ y $f : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x, y) = \text{Arctg}(x^2 - y^2)$.

- (a) Hallar y clasificar los puntos estacionarios de f .
- (b) Hallar extremos absolutos de f en D .

4. (15 puntos)

Sea $D = C \cup E$ en que $C = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0, x \leq 0\}$ y E el triángulo de vértices $(0, 0)$, $(1, 0)$ y $(0, 1)$. Calcular $\iint_D y^2 dx dy$.